ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme

a) Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere ilişkin varsayımlarda bulunur.
b) Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
c) Varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
ç) Elde ettiği genellemelerden üslü ve köklü gösterimlerle ilgili önermeler sunar.
d) Üslü ve köklü gösterimlerle ilgili önermelerin kullanışlılığını problem durumlarında değerlendirir.
e) Üslü ve köklü gösterimlerle ilgili matematiksel doğrulama yöntemlerini kullanır.
f) Kullandığı matematiksel doğrulama yöntemlerini kullanışlılık açısından değerlendirir.

MAT.9.1.1

ENERJİ YÖNETİMİ

Ali kampa giderken yanına tabletini, taşınabilir şarj cihazını ve cep telefonunu almıştır. Taşınabilir şarj cihazının kapasitesi E, cep telefonu ve tabletin 1 saatlik enerji tüketim değerleri sırasıyla T ve K olmak üzere

$E = 2^6 \cdot 5^3$ mAh

$T = \sqrt{2^4 \cdot 5^2}$ mAh

$K = 2^2\sqrt{5^4}$ mAh

biçiminde verilmiştir.

1. Tablet ve cep telefonunun hangisinin daha fazla enerji tükettiği ile ilgili varsayımınızı oluşturunuz.

Tabletin tüketiminde kök içinde 5^4 telefonun tüketiminde kök içinde 5^2 var. Dolayısıyla tablet, cep telefonundan daha fazla enerji tüketir.

2. Üslü ve köklü gösterimlerin birbirine dönüşümü ile ilgili varsayımınızı oluşturunuz.

- Bir sayının rasyonel kuvveti köklü bir ifade olarak yazılabilir.
  $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$
- Köklü gösterim biçimindeki bir ifade, rasyonel üslü bir ifade olarak yazılabilir.
  $x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$

3. Tablet ve cep telefonunun 1 saatte tükettikleri enerji miktarlarını bularak 1 saatte tabletin, cep telefonunun kaç katı kadar enerji tükettiğini hesaplayınız.

$T = \sqrt{2^4 \cdot 5^2} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2}$
$= 2^{\frac{4}{2}} \cdot 5^{\frac{4}{2}} = 20$ mAh

Cep telefonu bir saatte 20 mAh enerji tüketir.

$K = 2^2 \cdot \sqrt{5^2}$
$= 2^2 \cdot 5^{\frac{4}{2}} = 100$ mAh

Tablet bir saatte 100 mAh enerji tüketir.

Tablet cep telefonunun 5 katı kadar enerji tüketir.

4. $\frac{E^7}{T^4 \cdot K^3}$ **ifadesinin değerini üslü gösterim biçiminde yazınız.**

$$\frac{(2^6 \cdot 5^3)^7}{(\sqrt{2^4 \cdot 5^2})^4 \cdot (2^2 \cdot \sqrt{5^4})^3} = \frac{(8000)^7}{20^4 \cdot 100^3} = \frac{(2^3 \cdot 10^3)^7}{(2 \cdot 10)^4 \cdot (10^2)^3}$$
$$= \frac{2^{21} \cdot 10^{21}}{(2^4 \cdot 10^4) \cdot (10^6)}$$
$$= \frac{2^{21} \cdot 10^{21}}{2^4 \cdot 10^{10}}$$
$$= 2^{17} \cdot 10^{11}$$

5. Tabloda boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.

Üslü – Gösterim	Sonuç
$5^a \cdot 5^b$	5^{a+b}
$\left(-\frac{1}{3}\right)^a \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^b$	$-\left(\frac{1}{3}\right)^{a+b}$ $(a+b$ tek ise$)$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{a+b}$ $(a+b$ çift ise$)$
$\frac{2^a}{4^b}$	2^{a-2b}
$\frac{81^a}{27^a}$	3^a
$11 \cdot 5^a + 7 \cdot 5^a - 8 \cdot 5^a$	$2 \cdot 5^{a+1}$

6. Tabloda elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak üslü gösterimlerle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili genellemelerinizi oluşturunuz.

- $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$
- $(-x)^a \cdot (-x)^b = \begin{cases} -x^{a+b}, & a+b \text{ tek ise} \\ x^{a+b}, & a+b \text{ çift ise} \end{cases}$
- $\frac{x^a \cdot}{x^b} = x^{a-b}$
- $a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = (a+b-c) \cdot x^n$

7. Tabanları ile üsleri aynı olan üslü gösterimlerle yapılan toplama ve çıkarma işlemleri ile ilgili önermenizi yazınız.

Toplama ve çıkarma işlemleri yapılırken üslü gösterimler ortak çarpan parantezine alınarak üslü gösterimlerin katsayılarıyla toplama veya çıkarma işlemleri yapılabilir. n tam sayı; a, b,c, x gerçek sayı ve x sıfırdan farklı olmak üzere $a \cdot x^n + b \cdot x^n - c \cdot x^n = (a+b-c) \cdot x^n$ eşitliği vardır.

8. Bir tablet ve aynı miktarda enerji tüketen beş cep telefonunu çalıştırırsa 1 saatte tüketilecek enerji miktarını üslü şekilde yazınız.

$$\begin{aligned} 5T + K &= 5\sqrt{2^4 \cdot 5^2} + 2^2\sqrt{5^4} \\ &= 5 \cdot 2^2 \cdot 5 + 2^2 \cdot 5^2 \\ &= 2^2 \cdot 5^2 (1+1) \\ &= 2^3 \cdot 5^2 \end{aligned}$$

9. $T \cdot K = \sqrt{2^4 \cdot 5^2} \cdot 2^2\sqrt{5^4}$ **ifadesinin sonucunu bulunuz.**

$(2^2 \cdot 5) \cdot (2^2 \cdot 5^2) = (4 \cdot 25) = 20 \cdot 100 = 2000$

Aynı kampa katılan Ahmet de güneş enerjisiyle çalışan bir taşınabilir şarj cihazı getiriyor. Taşınabilir şarj cihazının kapasitesi V ve Ahmet'in akıllı saatinin 1 saatlik enerji tüketimi S olmak üzere

$$V = E^{\frac{1}{3}}$$

$$S = T^{\frac{1}{2}}$$

biçiminde modellenmiştir.

10. Aşağıdaki tabloda verilen ifadelerin matematiksel karşılıklarını örnekteki gibi bularak ilgili yerlere yazınız.

İfade	Köklü Gösterim	Üslü Gösterim
$V = E^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{2^6 \cdot 5^3}$	$2^2 \cdot 5$
$S = T^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt[4]{2^4 \cdot 5^2}$	$2 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$
$V \cdot S$	$\sqrt[12]{2^{36} \cdot 5^{18}}$	$2^3 \cdot 5^{\frac{3}{2}}$
$\frac{V}{S}$	$\sqrt[12]{2 \cdot 5^6}$	$2 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$

11. Tabloda elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak köklü gösterimlerle çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili genellemelerinizi oluşturunuz.

- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[m]{x} = \sqrt[n \cdot m]{x^m} \cdot \sqrt[n \cdot m]{x^n} = \sqrt[n \cdot m]{x^m \cdot x^n} = \sqrt[n \cdot m]{x^{m+n}}$
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[m]{x}} = \frac{\sqrt[n \cdot m]{x^m}}{\sqrt[m \cdot n]{x^n}} = \sqrt[m \cdot n]{x^{m-n}}$

12. Kök dereceleri farklı olan köklü gösterimlerle çarpma ve bölme işlemine dair önermelerinizi oluşturunuz.

Köklü gösterimlerle çarpma ve bölme işlemlerinin yapılabilmesi için köklerin dereceleri eşit olmalıdır. Bu sebeple köklerin dereceleri eşitlenerek çarpma işlemi yapılır. m, n pozitif tam sayı $m \geq 2$, $n \geq 2$ ve $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere

- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[m]{y} = \sqrt[n \cdot m]{x^m} \cdot \sqrt[n \cdot m]{y^n} = \sqrt[n \cdot m]{x^m \cdot y^n}$
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[m]{y}} = \frac{\sqrt[n \cdot m]{x^m}}{\sqrt[m \cdot n]{y^n}} = \sqrt[m \cdot n]{\frac{x^m}{y^n}}$
- $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[m]{x} = \sqrt[n \cdot m]{x^m} \cdot \sqrt[n \cdot m]{x^n} = \sqrt[n \cdot m]{x^m \cdot x^n} = \sqrt[n \cdot m]{x^{m+n}}$
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[m]{x}} = \frac{\sqrt[n \cdot m]{x^m}}{\sqrt[m \cdot n]{x^n}} = \sqrt[m \cdot n]{x^{m-n}}$

13. $\frac{\sqrt{V^3} \cdot \sqrt{S^6}}{\sqrt{T}}$ **ifadesini <u>en sade</u> şekilde yazarak sonucun kaç mAh olduğunu bulunuz.**

$\frac{\sqrt{E} \cdot \sqrt{T^3}}{\sqrt{T}} = \sqrt{E} \cdot T = \sqrt{2^6 \cdot 5^3} \cdot \sqrt{2^4 \cdot 5^2} \cdot = \sqrt{2^{10} \cdot 5^5} = 2^5 \cdot 25\sqrt{5} = 400\sqrt{5}$ mAh

14. Kamptaki 2 taşınabilir şarj cihazının sahip olduğu enerji kapasitesiyle 1 saat boyunca kendi içlerinde aynı miktarda enerji tüketen en az birer adet tablet, cep telefonu ve akıllı saat şarj edilecektir.

Buna göre 1 saat boyunca <u>en fazla</u> kaç cihazın şarj edilebileceğini bulunuz.

$E = 8000$ mAh $\rightarrow V = 20$ mAh
$T = 20$ mAh $\rightarrow S = 2\sqrt{5}$ mAh
$K = 100$ mAh

En fazla cihaz çalıştırılabilmesi için tüm cihazlar içinde akıllı saatin harcadığı enerji miktarı en düşük olduğundan en çok sayıda akıllı saat şarj edilebilir.

$V = T$ olduğundan şarjın sahip olduğu enerji ile 1 saatte bir cep telefonu şarj edilebilir.

Taşınabilir şarj cihazının sahip olduğu enerji ile 1 saatte bir tablet çalıştırıldığında taşınabilir şarj cihazında

$8000 - 100 = 7900$ mAh enerji kalır.

$\frac{7900}{2\sqrt{5}} = 395\sqrt{5} \sim 883$ akıllı saat

1 cep telefonu, 1 tablet ve 883 akıllı saat yani toplam 885 cihaz şarj edilebilir.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme

MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme

a) Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan küme sembol ve işlemlerini bağlamlarındaki anlamı ile tanır.
b) Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan küme sembol ve işlemlerinden matematiksel durum veya probleme uygun olanı belirler.
c) Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerin içerdiği küme sembol ve işlemlerini matematiksel durum veya probleme uygun şekilde kullanır.

MAT.9.1.2

EKOSİSTEM İNCELEMELERİ

Belli bir bölgedeki canlı organizma toplulukları ve bunları etkileyen kimyasal ve fiziksel faktörler ekosistemi oluşturmaktadır. Bir araştırma merkezi, ekstrem iklim koşullarının yaşandığı geniş bir alanın ekosistemini incelemek ve bu ekosistemin sürdürülebilirliğini değerlendirebilmek için diğer etkenlerle birlikte sıcaklık değerlerini de incelemektedir. Araştırmacılar, incelenecek alanı altı bölgeye ayırmışlardır. Bölgelerin isimleri, ölçülen sıcaklık değerleri ve sıcaklık değerlerinin oluşturduğu kümeleri temsil eden harfler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Bölgeler	Ölçülen Sıcaklık Değerleri	Kümeler
Donma Risk Bölgesi	$-15°C$ ile $5°C$ arasında (sınırlar dahil)	D
Vejetasyon Bölgesi	$0°C$ den büyük, $20°C$ a eşit veya $20°C$ tan küçük	V
Optimum Yaşam Bölgesi	$15°C$ ile $28°C$ arasında (sınırlar dahil değil)	O
Ilıman Bölge	$10°C$ dan $35°C$ a kadar ($35°C$ hariç)	I
Biyolojik Tolerans Bölgesi	$0°C$ ile $40°C$ arasında(sınırlar dahil)	B
Termal Risk Bölgesi	$35°C$ dan büyük	T

1. Araştırmacılar her bir bölge için sıcaklık ölçümlerinin alabileceği gerçek sayı değerlerini, küme gösterimi olarak ifade etmek istemektedirler.

Küme gösterimi olarak ortak özellik yöntemi mi, listeleme yöntemi mi tercih edilmelidir? Gerekçesiyle açıklayınız.

Her bir bölge için sıcaklık ölçümlerinin alabileceği tüm gerçek sayı değerlerini listelemek mümkün olmadığı için küme gösterimi olarak ortak özellik yöntemi tercih edilmelidir.

2. C° cinsinden ölçülen sıcaklık değeri x ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere bölgelere göre x in alabileceği gerçek sayı değerlerinin oluşturduğu kümelerin farklı gösterimlerinin yer aldığı aşağıdaki tabloyu uygun şekilde doldurunuz.

Donma Risk Bölgesi	**Aralık Gösterimi**	**Sayı Doğrusu Gösterimi**
	$[-15,5]$	
	Cebirsel Temsili $(x \in \mathbb{R})$	**Küme Gösterimi**
	$-15 \leqslant x \leqslant 5$	$D = \{x \mid -15 \leqslant x \leqslant 5,\ x \in \mathbb{R}\}$
Vejetasyon Bölgesi	**Aralık Gösterimi**	**Sayı Doğrusu Gösterimi**
	$(0,20]$	
	Cebirsel Temsili $(x \in \mathbb{R})$	**Küme Gösterimi**
	$0 < x \leqslant 20$	$V = \{x \mid 0 < x \leqslant 20,\ x \in \mathbb{R}\}$
Optimum Yaşam Bölgesi	**Aralık Gösterimi**	**Sayı Doğrusu Gösterimi**
	$(15,28)$	
	Cebirsel Temsili $(x \in \mathbb{R})$	**Küme Gösterimi**
	$15 < x < 28$	$O = \{x \mid 15 < x < 28,\ x \in \mathbb{R}\}$
Ilıman Bölgesi	**Aralık Gösterimi**	**Sayı Doğrusu Gösterimi**
	$[10,35)$	
	Cebirsel Temsili $(x \in \mathbb{R})$	**Küme Gösterimi**
	$10 \leqslant x < 35$	$I = \{x \mid 10 \leqslant x < 35,\ x \in \mathbb{R}\}$
Biyolojik Tolerans Bölgesi	**Aralık Gösterimi**	**Sayı Doğrusu Gösterimi**
	$[0,40]$	
	Cebirsel Temsili $(x \in \mathbb{R})$	**Küme Gösterimi**
	$0 \leqslant x \leqslant 40$	$B = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 40,\ x \in \mathbb{R}\}$
Termal Risk Bölgesi	**Aralık Gösterimi**	**Sayı Doğrusu Gösterimi**
	$(35,\infty)$	
	Cebirsel Temsili $(x \in \mathbb{R})$	**Küme Gösterimi**
	$x > 35$	$T = \{x \mid x > 35,\ x \in \mathbb{R}\}$

Araştırmacılar incelenen alandaki canlı türlerinin hayatta kalabilmesi için kritik öneme sahip sıcaklık değerlerini dikkate alarak bölgelerde ölçülen sıcaklık değerleri için aşağıdaki gibi bir sınıflandırma yapmışlardır.

Güvenli Aralık: Vejetasyon Bölgesi ve Ilıman Bölge ölçümlerine uyan sıcaklık aralığı

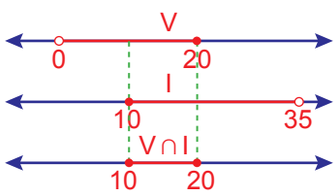
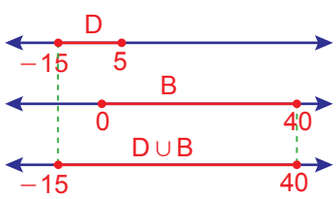
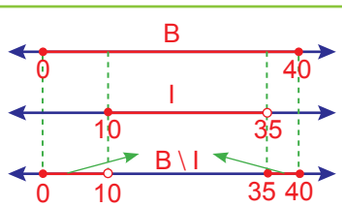
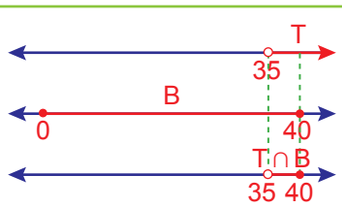
Genişletilmiş Yaşam Aralığı: Donma Risk Bölgesi veya Biyolojik Tolerans Bölgesi ölçümlerine uyan sıcaklık aralığı

Riskli Aralık: Biyolojik Tolerans Bölgesi ölçümlerine uyan ancak Ilıman Bölge ölçümlerine uymayan sıcaklık aralığı

Ekstrem Sıcaklık Aralığı: Hem Termal Risk Bölgesi hem de Biyolojik Tolerans Bölgesi sınırları ölçümlerine uyan sıcaklık aralığı

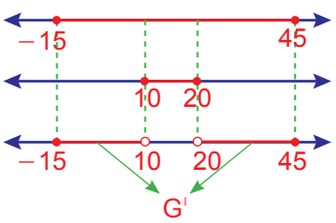
3. Bu sınıflandırmaya göre aşağıdaki soruları cevaplandırınız.

a) Yapılan sınıflandırmadaki sıcaklık aralıklarının küme gösterimleri, sayı doğrusu gösterimleri, aralık gösterimleri ve cebirsel temsillerinin yer aldığı aşağıdaki tablodaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

Aralık Adı	Aralığın Küme Gösterimi	Sayı Doğrusu Gösterimi	Aralık Gösterimi	Cebirsel Temsili ($x \in \mathbb{R}$)
Güvenli Aralık	$V \cap I$		$[10,20]$	$10 \leqslant x \leqslant 20$
Genişletilmiş Yaşam Aralığı	$D \cup B$		$[-15,40]$	$-15 \leqslant x \leqslant 40$
Riskli Aralık	$B \setminus I$		$[0,10) \cup [35,40]$	$0 \leqslant x < 10 \vee$ $35 \leqslant x \leqslant 40$
Ekstrem Sıcaklık Aralığı	$T \cap B$		$(35,40]$	$35 < x \leqslant 40$

b) Araştırmanın yapıldığı alanda sıcaklık değerleri yıl boyunca $-15°C$ ile $45°C$ arasında (uç sıcaklık değerleri de dâhil) değişim göstermektedir.

Buna göre Güvenli Aralık sıcaklık ölçümlerinin alabileceği gerçek sayı değerlerinin oluşturduğu küme G olmak üzere; bu değerler dışındaki sıcaklık değerlerinin bulunduğu aralığı, sayı doğrusu üzerinde küme gösterimiyle birlikte göstererek aralık gösterimi ve cebirsel temsilini yazınız.



Aralık Gösterimi: $[-15, 10) \cup (20, 45]$

Cebirsel Temsil: $(-15 \leqslant x < 10) \vee (20 < x \leqslant 45)$

4. Araştırmacılar, İdeal Bölge adını verdikleri bir bölge tanımlamışlardır. Bu bölge, $20°C$ ile farkı en fazla $12°C$ olan sıcaklıkların ölçüldüğü alanı kapsamaktadır.

a) Buna göre İdeal Bölge'deki sıcaklık ölçümlerinin alabileceği gerçek sayı değerlerinin oluşturduğu aralığı mutlak değerli eşitsizlik ve aralık şeklinde yazınız.

$$|x - 20| \leqslant 12$$
$$-12 \leqslant x - 20 \leqslant 12$$
$$8 \leqslant x \leqslant 32$$

Aralık Gösterimi: $[8, 32]$

b) İdeal Bölge sıcaklık ölçümlerinin alabileceği gerçek sayı değerlerinin oluşturduğu küme M olmak üzere; M ve B kümelerinin elemanlarını inceleyerek bu iki küme arasındaki ilişkiye dair çıkarımınızı gerekçesiyle birlikte açıklayınız.

M kümesinin elemanlarının tamamı, B kümesinin de elemanı olduğu için M kümesi I kümesinin alt kümesidir.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme

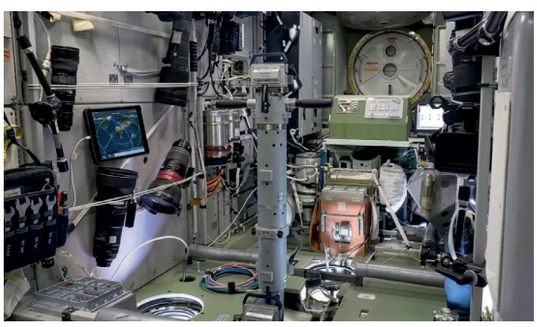
MAT.9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme

a) Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçek sayılara dair temel özelliklere (sıralama, arada olma ve işlem özellikleri) ilişkin varsayımlarda bulunur.
b) Farklı sayı kümelerinde elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
c) Varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
ç) Elde ettiği genellemelerden sayı kümelerinin özellikleri hakkında önermeler sunar.
d) Önermelerin kullanışlılığını problem durumlarında değerlendirir.
e) Elde ettiği önermeleri ispatlamak ya da çürütmek için matematiksel ispat yöntemlerini kullanır.
f) Kullandığı matematiksel ispat yöntemlerini kullanışlılık açısından değerlendirir.

MAT.9.1.3

UZAYDA KÜTLE ÖLÇÜMÜ

Uluslararası Uzay İstasyonunda (ISS) görev yapan astronotların sağlık durumları düzenli olarak takip edilmektedir. Uzay ortamında uzun süre kalmak kas ve kemik yapısında değişimlere neden olabildiğinden astronotların kütleleri belirli aralıklarla ölçülmektedir.
Uzayda Dünya'daki gibi baskül kullanılamadığı için bilim insanları atalet terazisi adı verilen bir sistem kullanmaktadır. Bu sistemde astronot yaylı bir düzeneğe oturur. Düzenek serbest bırakıldığında salınım hareketi oluşur ve bir tam salınım için geçen süre ölçülür.





Bilim insanları, düzeneğin salınım süresi (T) ile astronotun kütlesi (m) arasındaki ilişkiyi

$$T = 6 \cdot \sqrt{m}$$

şeklinde modellemiştir.

Ölçüm cihazlarından elde edilen sonuçlar yaklaşık değerlerdir.

Örneğin kütlesi 70 kilogram olan biri için salınım süresi

$$6\sqrt{70} \approx 50,199601\ldots$$

değeri, cihazın ekranında 50,199 biçiminde gösterilmektedir

Aşağıdaki tabloda astronotların ölçülen salınım süreleri ve hesaplanan kütleleri yazılmış ancak bazı astronotların salınım süreleri tabloya kayıt edilmeden hesaplanan kütleleri yazılmıştır.

Tablo: Astronotların Ölçülen Salınım Süreleri ve Hesaplanan Kütleleri

Astronot	Ölçülen Salınım Süresi (sn)	Hesaplanan Kütle (kg)
A	48,000	64
B	50,911	72
C	53,665	80
D	55,317	85
E	58,480	95
F	62,928	110

1. Buna göre tabloda boş bırakılan salınım sürelerini hesap makinesi yardımıyla bulunuz.

E: 58,480
F: 62,928

2. Salınım süresi ile kütle arasındaki ilişki hakkında varsayımınızı oluşturunuz.

Salınım süresi arttıkça kütlede artmaktadır.
veya
Salınım süresi ile kütle arasında pozitif yönlü bir ilişki vardır.

3. Bir öğrenci:

"Kütle arttıkça salınım süresi her zaman aynı miktarda artar."

genellemesini yapmıştır.

Tablodaki verileri kullanarak bu genellemeyi değerlendiriniz.

Yanlıştır. Artış miktarları eşit değildir.

4. İki farklı gerçek sayı arasında her zaman başka gerçek sayılar bulunur.

İfadesini matematiksel önerme biçiminde yazınız.

$\forall a,b \in \mathbb{R}$ için $a < b \Rightarrow a < c < b$ olacak şekilde en az bir $c \in \mathbb{R}$ vardır.

5. Bir öğrenci “52,57 ile 52,58 arasında başka sayı yoktur.” demektedir.
4 te oluşturduğunuz önermeyi kullanarak bu yorumu değerlendiriniz.

Yorum yanlıştır.

Örneğin:

$52,575$ sayısı

$52,57 < 52,575 < 52,58$ koşulunu sağlar.

6. Bir öğrenci “Kütle tam sayı ise salınım süresi rasyonel sayıdır.” iddiasında bulunmaktadır.
a) Bu iddiayı karşıt örnek kullanarak değerlendiriniz.

Karşıt örnek: $m = 70$ olursa $T = 6\sqrt{70}$ elde edilir.

$6\sqrt{70}$ irrasyonel olduğundan T de irrasyoneldir.

Bu nedenle önerme yanlıştır.

b) Öğrencinin iddiasını değerlendirirken kullandığınız yöntemin neden uygun olduğunu açıklayınız.

İddia tüm tam sayılar için ileri sürülmüştür.

Bu tür genel bir önermenin yanlış olduğunu göstermek için tek bir karşı örnek vermek yeterlidir.

Bu nedenle aksine örnek verme yöntemi uygun ve kullanışlıdır.

7. Atalet terazisi deneyini inceleyen öğrenciler aşağıdaki yorumları yapmıştır:

I. $6\sqrt{150}$ irrasyonel sayıdır.

II. Bütün ölçüm sonuçları aynı sayı kümesine aittir.

III. Yaklaşık değer ile gerçek matematiksel değer her zaman aynıdır.

IV. 70,121 ile 70,122 sayıları arasında başka gerçek sayı yoktur.

V. Kütle azaldıkça salınım süresi her zaman aynı miktarda artar.

Bu yorumlardan hangileri matematiksel olarak <u>yanlıştır</u>?

A) I ve II B) I ve III C) IV ve V
D) II, III, IV ve V E) I, II, III, IV ve V

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analojik akıl yürütebilme

MAT.9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analojik akıl yürütebilme

a) Gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların olası cebirsel karşılıklarını gözlemler.
b) Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların cebirsel karşılıklarını tespit eder.
c) Tespit ettiği özelliklerden çıkarımlar yapar.

MAT.9.1.4

YAZILIM

1. Bir mobil uygulama geliştiricisi, uygulamadaki bazı işlemlerin ekrandaki görüntüyü değiştirmediğini göstermek için kod editörüne aşağıdaki matematiksel önermeleri yazmıştır:

$p: \forall x \in \mathbb{R},\ x + 0 = x$
$q: \forall x \in \mathbb{R},\ x \cdot 1 = x$

a) Bu önermelerde kullanılan $\forall$ sembolünün sözel dildeki karşılığı nedir?

$\forall$ sembolü "her", "bütün" veya "tüm" anlamına gelir.

b) p ve q önermelerini sözel olarak ifade ediniz.

p: Her gerçek sayının 0 ile toplamı kendisine eşittir.

q: Her gerçek sayının 1 ile çarpımı kendisine eşittir.

c) Aşağıdaki günlük yaşam senaryolarını p ve q önermeleriyle eşleştiriniz.

Senaryo I

Bir mobil bankacılık uygulamasında kullanıcının hesabındaki bakiye x TL dir. Uygulama bir işlem sırasında hesaba 0 TL işlem ücreti ekler. İşlemden sonra hesap bakiyesi değişmez.

Senaryo II

Bir fotoğraf düzenleme uygulamasında bir fotoğrafın boyutu x birimdir. Kullanıcı fotoğrafa 1 kat, yani %100 ölçeklendirme uygular. Fotoğrafın boyutu değişmez.

Senaryo I : **p**

Senaryo II : **q**

ç) Bu iki önermenin gerçek sayılarda hangi işlem özelliklerini gösterdiğini açıklayınız.

p, toplama işleminin birim eleman özelliğini gösterir. Toplama işleminde birim eleman 0 dır.

q, çarpma işleminin birim eleman özelliğini gösterir. Çarpma işleminde birim eleman 1 dir.

2. r, s, t önermelerini aşağıda verilen günlük yaşam senaryolarıyla eşleştiriniz.

$r: \forall a \in \mathbb{R},\ a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$
$s: \forall a \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0,\ a + (-a) = (-a) + a = 0$
$t: \forall a \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0,\ a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$

Senaryo I

Bir mobil bankacılık uygulamasında kullanıcının hesabındaki bakiye a TL dir. Kullanıcı hesabından a TL para transferi gerçekleştirmiştir. Para transferi işleminden sonra kullanıcının hesabındaki bakiye 0 TL dir.

Senaryo II

Bir çizim düzenleme uygulamasında kullanıcı bir çizginin a birim olan uzunluğunu, a da 1 katı biçiminde değiştirdiğinde çizginin yeni uzunluğu 1 birim olmuştur.

Senaryo III

Bir banka para transfer işlemleri için, transfer edilecek paranın %0 ı kadar işlem ücreti uygulamaktadır. Banka a TL para transferi için 0 TL işlem ücreti uygulamıştır.

Senaryo I : **s**

Senaryo II : **t**

Senaryo III : **r**

a) Bu üç önermenin gerçek sayılarda hangi işlem özelliklerini gösterdiğini açıklayınız.

s, toplama işlemine göre ters eleman özelliğini gösterir. a nın toplama işlemine göre tersi $-a$ dır.

t, çarpma işlemine göre ters eleman özelliğini gösterir. a nın çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{a}$ dır.

r, çarpma işlemine göre yutan eleman özelliğini gösterir. Çarpma işleminin yutan elemanı 0 dır.

3. Bir akıllı telefonun ekran kilidi için aşağıdaki güvenlik kuralları tanımlanmıştır:

p: "Kullanıcının yüzü tanındı."

q: "Kullanıcı ekran şifresini doğru girdi."

Akıllı telefonun açılma kuralı şu şekilde verilmiştir:

$p \vee q$

a) $\vee$ bağlacının sözel dildeki karşılığını açıklayınız.

$\vee$ bağlacı "veya" anlamına gelir.

b) Bu güvenlik kuralını günlük dilde açıklayınız.

Telefonun açılması için kullanıcının yüzünün tanınması veya ekran şifresini doğru girilmesi yeterlidir.

c) Yazılımcının bu güvenlik kuralını kullanarak kullanıcıya nasıl bir kolaylık sağlamış olduğunu açıklayınız.

Yazılımcı kullanıcıya iki farklı giriş seçeneği sunmuştur. Kullanıcı; yüz tanıma çalışmazsa şifreyle, şifre girmek istemezse yüz tanıma ile telefonu açabilir.

ç) Telefonun açılması için hem yüz tanımanın başarılı olması hem de şifrenin girilmesinin zorunlu olup olmayacağını gerekçesiyle açıklayınız.

Hayır, iki şartın aynı anda gerçekleşmesi gerekmez. $p \vee q$ veya $q \vee p$ önermelerinde şartlardan en az birinin doğru olması yeterlidir.

d) Güvenlik kuralı $p \wedge q$ şeklinde yazılsaydı telefonun açılma şartının nasıl değişeceğini gerekçesiyle açıklayınız.

Eğer kural $p \wedge q$ olsaydı, telefonun açılması için hem yüz tanımanın başarılı olması hem de şifrenin doğru girilmesi gerekirdi. Bu durumda güvenlik artabilir ancak kullanım kolaylığı zorlaşabilirdi.

4. Bir akıllı telefonun batarya güvenlik sistemi için aşağıdaki önermeler tanımlanmıştır.

s: "Telefonun batarya seviyesi tamamen bitti."

t: "Telefon kapandı."

Yazılımcı telefonun kapanma şartını aşağıdaki önerme ile ifade etmiştir:

$s \Rightarrow t$

a) Bu önermeyi sözel olarak ifade ediniz.

Telefonun batarya seviyesi tamamen bitti ise telefon kapanır.

b) "Telefon kapandıysa bataryası tamamen bitmiştir." **ifadesi, verilen önerme ile aynı anlama gelir mi?**

Telefon sadece bataryası bittiği için değil; güncelleme, sistem hatası veya kullanıcının güç tuşuna basması nedeniyle de kapanabilir. Bu nedenle her zaman aynı anlama gelmez.

5. Bir sosyal medya uygulaması için bir kenarının uzunluğu $x+2y$ birim olan kare şeklinde bir görsel hazırlanıyor.

a) x ve y birer pozitif gerçek sayı ve $x > y$ olmak üzere gerçek sayılarda işlem özelliklerini kullanarak $(x+2y)^2$ ifadesinin eşitini bulunuz.

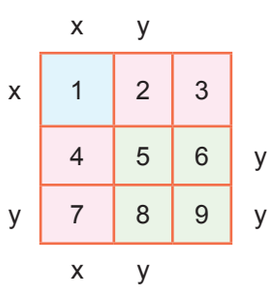
$(x+2y)^2 = (x+2y)\cdot(x+2y)$

gerçek sayılarda dağılma özelliğinden

$(x+2y)^2 = x^2+2xy+2yx+4y^2$

$(x+2y)^2 = x^2+4xy+4y^2$

Uygulama, karenin alanını hesaplamak için $x > y$ olacak şekilde kareyi, dikdörtgen ve kare dokuz bölüme ayırarak aşağıdaki gibi görselleştiriyor.



b) Bu dokuz bölümün alanlarını cebirsel olarak ifade ediniz.

1. bölümün alanı x^2 birimkare

2. bölümün alanı xy birimkare

3. bölümün alanı xy birimkare

4. bölümün alanı xy birimkare

5. bölümün alanı y^2 birimkare

6. bölümün alanı y^2 birimkare

7. bölümün alanı xy birimkare

8. bölümün alanı y^2 birimkare

9. bölümün alanı y^2 birimkare

c) Dokuz bölüme ayrılmış olan karenin alanını, alanı b de bulduğunuz cebirsel ifadeleri kullanarak yazınız.

Karenin alanı bu dokuz bölümün alanlarının toplamına eşit ve aynı zamanda $(x+2y)^2$ dır.

Karenin Alanı $= (x+2y)^2 = x^2+xy+xy+xy+y^2+y^2+xy+y^2+y^2$

a maddesinde elde edilen eşitlikle aynıdır.

Karenin Alanı $= x^2+4xy+4y^2$ birimkaredir.

ç) c de bulduğunuz cebirsel ifadeleri kullanarak a da elde ettiğiniz eşitliği doğrulayınız.

$x^2+xy+xy+xy+y^2+y^2+xy+y^2+y^2 = x^2+4xy+4y^2$

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x)=x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x)=a\cdot f(x\pm r)\pm k(a,r,k\in\mathbb{R},a\neq 0))$ doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x)=x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x)=a\cdot f(x\pm r)\pm k(a,r,k\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$ doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

a) Doğrusal referans fonksiyonun nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
b) Doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
c) Doğrusal referans fonksiyonu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer doğrusal fonksiyonlara dönüştürür.
ç) Doğrusal referans fonksiyon ile elde ettiği doğrusal fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
d) Doğrusal referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
e) Varsayımlarına dayalı olarak doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
f) Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
g) Genellemelerinden elde ettiği önermeleri uygun sözel veya sembolik dil ile sunar.
ğ) Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamındaki kullanışlılığını değerlendirir.
h) Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
ı) Uyguladığı doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanışlılığını değerlendirir.

MAT.9.2.1

SESLİ REHBER



Sesli rehber cihazı; müze, sergi alanı, tören yeri gibi kültürel mekânlarda ziyaretçilerin eserler, sergi salonları ve mekânın tarihî-kültürel özellikleri hakkında bilgi almasını sağlayan, belirli bir kullanım süresi ve batarya kapasitesiyle çalışan taşınabilir elektronik bir cihazdır.

Bir müze ziyareti esnasında eserler hakkında detaylı bilgi almak isteyen bir turist, müze girişinden bir sesli rehber cihazı kiralamıştır. Cihazın ücretlendirmesi ve batarya kullanımıyla ile ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir:

Ücretlendirme Koşulları:

- Cihaz kiralandığında başlangıçta 60 TL sabit ücret alınmaktadır.
- Cihaz açıldıktan sonraki ilk 2 dakika boyunca ücretsiz müze tanıtımı yapılmaktadır.
- Ücretsiz tanıtım bittikten sonra cihazın sesli bilgilendirme yaptığı her bir dakika için 15 TL ücret alınmaktadır.
- Sesli rehber cihazının açılmasından itibaren müze turu toplam 30 dakika sürmektedir.

Cihazı teslim alan turist, ekranda batarya doluluk oranının %63 olduğunu fark etmiş ve görevliye bu doluluk oranının gezi boyunca yetip yetmeyeceğini sormuştur. Görevli ise kesin bir yanıt veremeyeceğini belirterek turist ile şu bilgiyi paylaşmıştır: “Cihazın açık kaldığı her bir dakika için doluluk oranı %3 azalmaktadır. Batarya doluluk oranının gezi boyunca yeterli olup olmayacağını bu bilgiye göre hesaplayabilirsiniz.”

Turist müzeyi gezmeye başladıktan 5 dakika sonra cihazda kısa süreli bir arıza yaşanmıştır. Arıza giderilene kadar geçen 3 dakika boyunca cihaz açık kalmaya ve batarya tüketmeye devam etmiş; ancak bu süre zarfında hiçbir sesli bilgilendirme yapmamıştır. Arıza giderildikten sonra cihaz, bataryanın doluluk oranının sıfırlandığı ana kadar sorunsuz çalışmıştır.

Sesli rehber cihazının zamana (dk.) bağlı sesli bilgilendirmesinin ücretini (TL) veren f fonksiyonuna ve zamana (dk.) bağlı batarya doluluk oranını (%) veren g fonksiyonuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) g fonksiyonunun cebirsel temsilini ifade ediniz.

$g(x) = 63 - 3x$

b) Turistin, doluluk oranı %63 olan batarya ile 30 dakikalık gezisini tamamlayıp tamamlayamadığını belirleyiniz.

Bataryanın sıfırlandığı dakikayı bulalım:

$g(x) = 0 \Rightarrow 63 - 3x = 0 \Rightarrow 3x = 63 \Rightarrow x = 21$

Cihazın bataryası 21. dakikada biter. Tur 30 dakika sürdüğü için turist gezisini tamamlayamaz.

c) Turistin müze gezisi boyunca kullandığı sesli rehber cihazının bataryasının doluluk oranının durum analizi zaman aralıklarına göre tabloda verilmiştir. Tablonun ilk satırında verilen örneği inceleyerek diğer zaman aralıkları içinde boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.

Tablo: Zaman Aralıklarına Göre Cihazın Durum Analizi

Zaman aralığı	Durum	Ücretlenen süre	Batarya değişimi
0-2 dk.	Tanıtım süresi	0 dk.	%6 azalır.
2-5 dk.	Sesli bilgilendirme var	3 dk.	%9 azalır.
5-8 dk.	Arıza var, cihaz çalışıyor	0 dk.	%9 azalır.
8-21 dk.	Sesli bilgilendirme var	13 dk.	%39 azalır.

ç) f fonksiyonunun cebirsel temsilini parçalı gösterimli fonksiyon şeklinde ifade ediniz.

$$f(x) = \begin{cases} 60, & 0 \le x \le 2 \\ 60 + 15(x-2), & 2 < x \le 5 \\ 105, & 5 < x \le 8 \\ 105 + 15(x-8), & 8 < x \le 21 \end{cases}$$

d) Turistin gezi sonunda sesli rehber cihazı için ödemesi gereken toplam ücreti hesaplayınız.

Sesli rehber cihazı için ödenen ücreti bulalım:

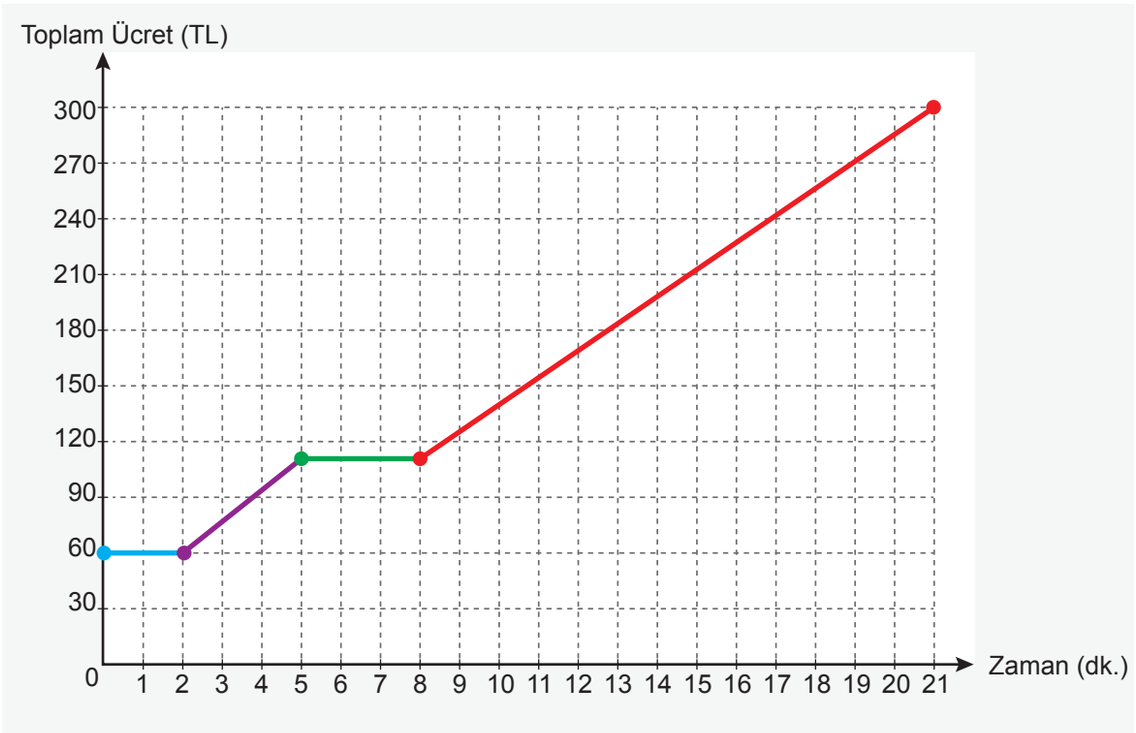
Son ücret 21. dakikada oluşmaktadır.

$$\begin{aligned} f(21) &= 105 + 15 \cdot (21 - 8) \\ &= 105 + 195 \\ &= 300 \text{ TL} \end{aligned}$$

Sesli rehber cihazı için kullanım sonunda ödeyeceği ücret 300 TL dir.

e) f ve g fonksiyonlarının grafik temsillerini farklı dik koordinat sistemlerinde çizerek fonksiyonların tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

f fonksiyonu



Tanım kümesi: $[0,21]$

Görüntü kümesi: $[60,300]$

g fonksiyonu



Tanım kümesi: $[0,21]$

Görüntü kümesi: $[0,63]$

f) f ve g fonksiyonlarının grafik temsillerinin eksenleri kestiği noktaları bularak bağlamdaki anlamlarını açıklayınız.

- f fonksiyonunun grafiği, cihazın sabit başlangıç ücretini temsil eden y eksenini (0, 60) noktasında keserken; toplam ücret hiçbir zaman 0 TL olamayacağı için x eksenini kesmez.
- g fonksiyonunun grafiği, cihazın başlangıçtaki batarya doluluk oranını temsil eden y eksenini (0, 63) noktasında keserken; bataryanın doluluk oranının tamamen tükendiği anı gösteren x eksenini ise (21, 0) noktasında kesmektedir.

g) Parçalı gösterimli f fonksiyonunun grafik temsilinden yararlanarak fonksiyonunun tanımlı olduğu her alt aralık için eğimlerini bularak bağlamdaki anlamlarını açıklayınız.

$$f(x)=\begin{cases}60, & 0\le x\le 2\\ 60+15(x-2), & 2<x\le 5\\ 105, & 5<x\le 8\\ 105+15(x-8), & 8<x\le 21\end{cases}$$

Parçalı gösterimli f fonksiyonunu temsil eden grafiğin eğimi, her aralıkta ayrı değerlendirilir:

$0\le x\le 2$ aralığında 0
$2<x\le 5$ aralığında 15
$5<x\le 8$ aralığında 0
$8<x\le 21$ aralığında 15

olarak bulunur.

Parçalı gösterimli f fonksiyonunu temsil eden grafiğin eğimi, cihazın aktif olarak bilgilendirme yaptığı zaman aralıklarında dakika başına ücret artış miktarını (15 TL), çalışmadığı zaman aralıklarında ise ücretin sabit kaldığını (0 TL) gösterir.

ğ) g fonksiyonunu temsil eden grafiğin eğimini bularak bağlamdaki anlamını açıklayınız.

$g(x)=63-3x$ fonksiyonunun eğimi -3 tür. Cihaz kullanıldıkça batarya doluluk oranı her 1 dakikada %3 azalır. Eğimin negatif olması, zaman arttıkça batarya doluluk oranının azaldığını ifade eder.

h) f ve g fonksiyonlarının artan veya azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.

- Parçalı gösterimli f fonksiyonunda, $[2,5]$ ve $[8,21]$ aralıklarında eğim pozitif olduğundan ve bağımsız değişken artarken bağımlı değişken de arttığından f bu aralıklarda artan fonksiyondur. Parçalı gösterimli f fonksiyonunda, $[0,2]$ ve $[5,8]$ aralıklarında eğim 0 olduğundan ve bağımsız değişken artarken bağımlı değişken sabit kaldığından f bu aralıklarda sabit fonksiyondur.
- $g(x)=63-3x$ doğrusal fonksiyonunda eğim negatif olduğundan ve bağımsız değişken artarken bağımlı değişken azaldığından g $[0,21]$ aralığında azalan fonksiyondur.

ı) f ve g fonksiyonlarının bire bir olup olmadıklarını inceleyiniz.

- Parçalı gösterimli f fonksiyonu bire bir değildir. Çünkü (0,2) ve (5,8) aralıklarında fonksiyon sabittir ve farklı bağımsız değişkenlere aynı bağımlı değişken karşılık gelmektedir.
- $g(x)=63-3x$ fonksiyonu bire birdir. Çünkü farklı bağımsız değişkenlere farklı bağımlı değişkenler karşılık gelmektedir.

i) f ve g fonksiyonlarının minimum ile maksimum değerlerini ve bu değerleri aldıkları noktaları bulunuz.

f fonksiyonunun minimum değeri 60 tır ve bu değeri 0 noktasında alır.
f fonksiyonunun maksimum değeri 300 dür ve bu değeri 21 noktasında alır.
g fonksiyonunun minimum değeri 0 dır ve bu değeri 21 noktasında alır.
g fonksiyonunun maksimum değeri 63 tür ve bu değeri 0 noktasında alır.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.2.2. Gerçek sayılarda $f(x)=\pm|ax\pm b|\pm c(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analojik akıl yürütebilme

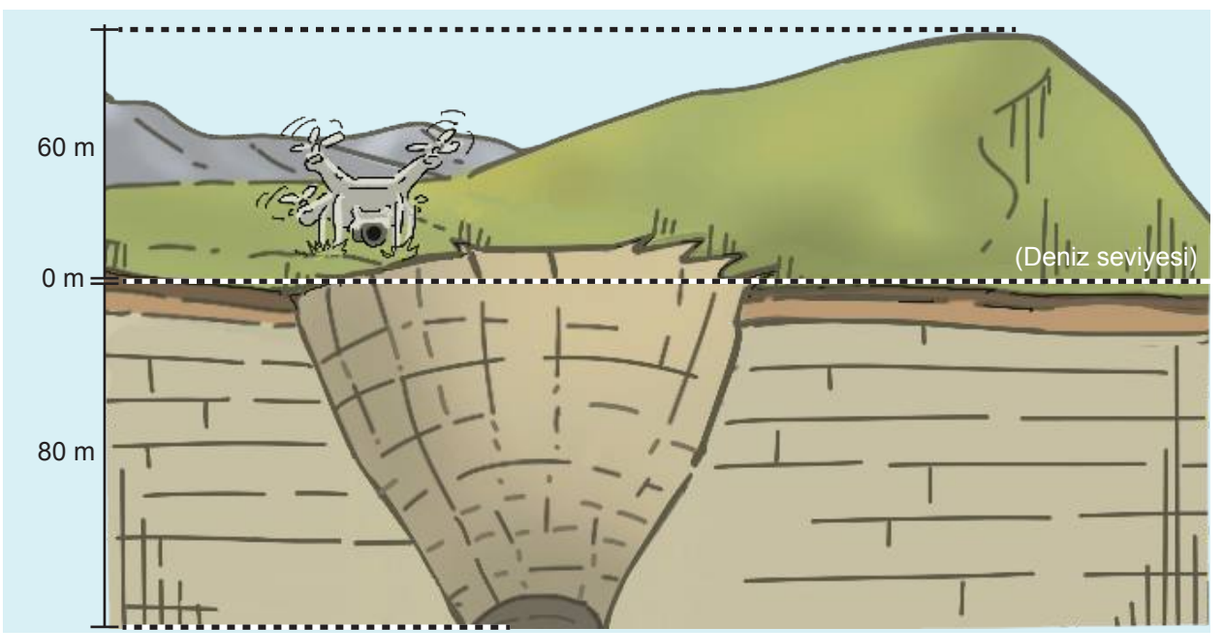
MAT.9.2.2. Gerçek sayılarda $f(x)=\pm|ax\pm b|\pm c(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analojik akıl yürütebilme

a) Gerçek sayılarda $f(x)=x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyon ile $g(x)=\pm|x|$ fonksiyonu arasındaki ve gerçek sayılarda tanımlı bir h doğrusal fonksiyonu ile $k(x)=\pm|h(x)|\pm c(c\in\mathbb{R})$ şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonu arasındaki cebirsel ve grafiksel benzerlikleri, farklılıkları gözlemler.
b) Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayılarda $f(x)=\pm|ax\pm b|\pm c(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun nitel özelliklerini tespit eder.
c) Tespit ettiği nitel özelliklerinden hareketle gerçek sayılarda $f(x)=\pm|ax\pm b|\pm c(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun parçalı gösterimine yönelik çıkarımlarda bulunur.

MAT.9.2.2

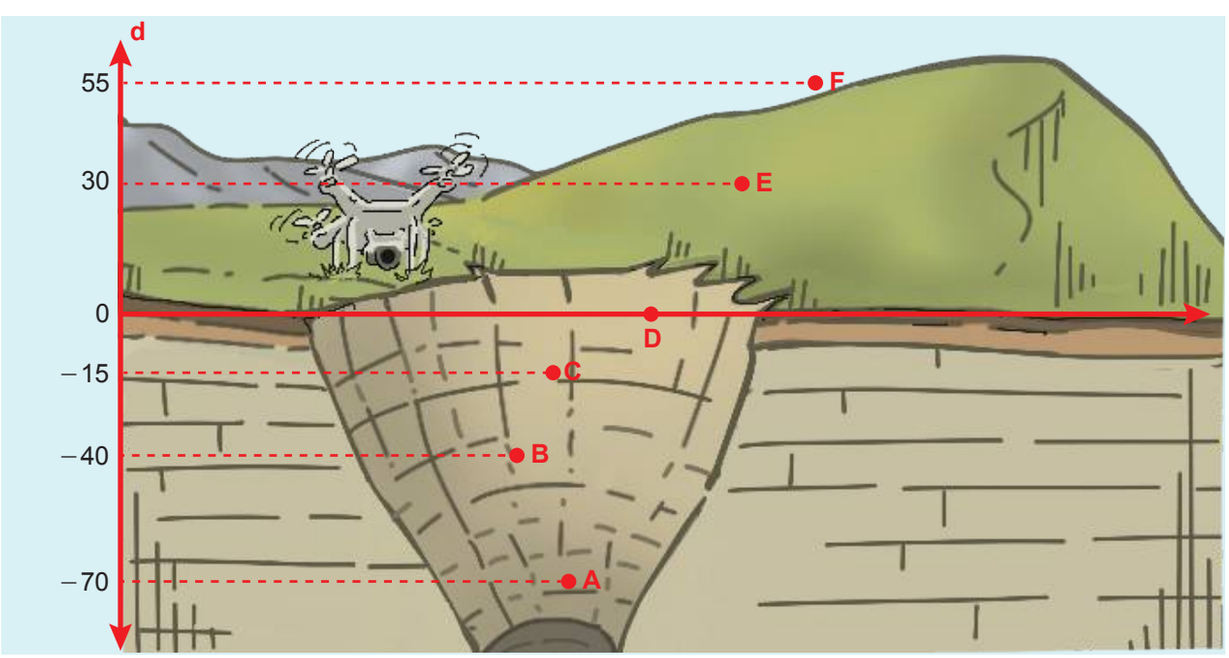
İRTİFA

İrtifa, bir hava aracının deniz seviyesinden veya belirli bir referans noktasından dikey uzaklığıdır. Bir teknoloji festivaline hazırlanan öğrenciler, farklı yer şekillerine sahip bölgeleri havadan fotoğraflayabilen bir İHA (İnsansız Hava Aracı) tasarlamışlardır. En net fotoğrafları elde edebilmek için İHA nın aynı bölgede farklı irtifalarda çektiği üç fotoğraf arasından seçim yapmayı planlayan öğrenciler, bu amaçla bir simülasyon algoritması hazırlamışlardır. Simülasyonda en dip noktası deniz seviyesinden 80 metre derinlikte olan bir obruk ile en üst noktası deniz seviyesinden 60 metre yükseklikte olan bir tepenin bulunduğu bir arazi görseli oluşturulmuştur.



Algoritmada irtifa; deniz seviyesinde 0, deniz seviyesinin altındaki konumlarda negatif ve üstündeki konumlarda pozitiftir. İHA nın çekeceği birinci fotoğraf için pilotun belirlediği ilk irtifa -70 metre ile 120 metre (-70 metre ve 120 metre dahil) arasındadır.

1.



Görselde pilot tarafından belirlenen bazı irtifalardaki A, B, C, D, E, F noktaları ile deniz seviyesine dik olarak modellenen bir d doğrusu verilmiştir.

a) Bu noktalardan herhangi birinin d doğrusunda karşılık geldiği sayının noktanın irtifasına (x) bağlı cebirsel temsilini yazınız.

x

b) Simülasyonda belirlenen herhangi bir noktanın d doğrusunda karşılık geldiği sayıyı, noktanın irtifasına (x) bağlı olarak veren f fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.

$f(x) = x$

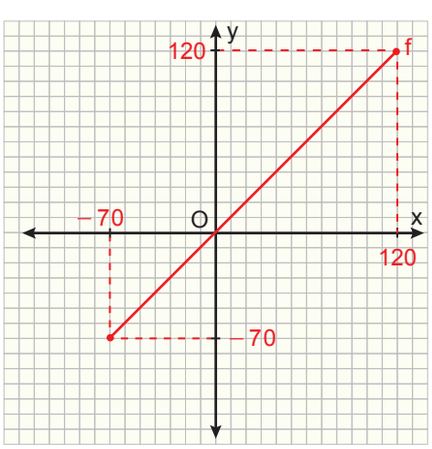
c) Görseldeki noktaların irtifaları ile deniz seviyesine olan uzaklıklarını (deniz seviyesinden sapma miktarı) gösteren aşağıdaki tabloyu uygun şekilde doldurunuz.

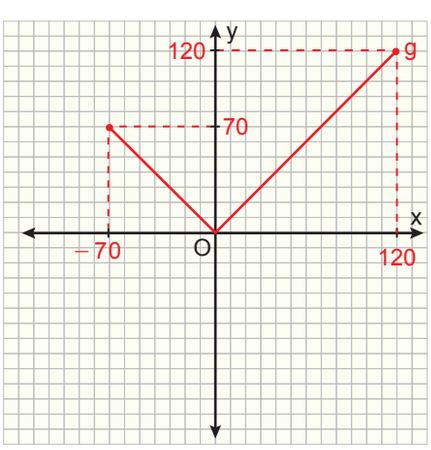
Nokta	A	B	C	D	E	F
Noktanın İrtifası	-70	-40	-15	0	30	55
Noktanın Deniz Seviyesine Olan Uzaklığı	70	40	15	0	30	55

ç) Simülasyonda belirlenen herhangi bir noktanın irtifasının (x) deniz seviyesinden sapma miktarını veren g fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.

$g(x) = |x|$

d) f ve g fonksiyonlarının grafiklerini sırasıyla aşağıdaki dik koordinat sistemleri üzerinde çizerek bu grafikler arasındaki ilişkiye dair çıkarımlarınızı yazınız.





g fonksiyonunun grafiği, f fonksiyonunun grafiği üzerinde f nin işaretinin negatif olduğu kısmın x eksenine göre yansımasının alınmasıyla elde edilebilmektedir.

e) f ve g fonksiyonlarının cebirsel ve grafiksel benzerlik ve farklılıklarına dair gözlemlerinizden yararlanarak aşağıdaki tabloyu uygun şekilde doldurunuz.

Fonksiyonun Nitel Özellikleri	f(x)	g(x)
En Geniş Tanım Kümesi	$[-70, 120]$	$[-70, 120]$
Görüntü Kümesi	$[-70, 120]$	$[0, 120]$
Fonksiyonun Sıfırı	0	0
Fonksiyonun İşareti	$-70 \leqslant x < 0$ için negatif $0 < x \leqslant 120$ için pozitif	$-70 \leqslant x < 0$ ve $0 < x \leqslant 120$ için pozitif
Maksimum Noktası	120	120
Minimum Noktası	-70	0
Bire Birliği	Bire bir	Bire bir değil
Artan veya Azalan Olduğu Aralıklar	$-70 \leqslant x \leqslant 120$ için artan	$-70 \leqslant x \leqslant 0$ için azalan $0 \leqslant x \leqslant 120$ için artan

f) Elde ettiğiniz nitel özelliklerden yararlanarak g fonksiyonunun parçalı gösterimine dair çıkarımlarınızı açıklayınız.

$x < 0$ için $|x| = -x$ ve $x \geqslant 0$ için $|x| = x$ olur. Bu durumda parçalı gösterim aşağıdaki gibidir.

$$g(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geqslant 0 \end{cases}$$

2. İkinci fotoğrafın çekileceği irtifanın; ilk irtifaya (x) bağlı cebirsel temsili $h(x) = \frac{x}{2} + 20$, deniz seviyesinden sapma miktarının cebirsel temsili $t(x) = \left|\frac{x}{2} + 20\right|$ biçimindedir.

Aşağıdaki soruları h ve t fonksiyonları için ayrı ayrı cevaplandırınız.

a) Bağımsız değişkenin hangi değeri için bağımlı değişkenin sıfıra eşit olacağını bulunuz.

$h(x) = \frac{x}{2} + 20 = 0$

$\frac{x}{2} = -20$

$x = -40$

g fonksiyonunun sıfırı $x = -40$ tır.

$t(x) = \left|\frac{x}{2} + 20\right| = 0$

$\Rightarrow \frac{x}{2} + 20 = 0$

$\Rightarrow x = -40$

t fonksiyonunun sıfırı $x = -40$ tır.

b) Bağımsız değişkenin hangi aralıktaki değerleri için bağımlı değişkenin aldığı değerlerin negatif ya da pozitif olduğunu bulunuz.

- $h(x) < 0 \Rightarrow \frac{x}{2} + 20 < 0$ $\qquad$ $h(x) > 0 \Rightarrow \frac{x}{2} + 20 > 0$

  $\frac{x}{2} < -20$ $\qquad$ $\frac{x}{2} > -20$

  $x < -40$ $\qquad$ $x > -40$

  $\Rightarrow x \in [-70, -40)$ için $h(x) < 0$ ve $x \in (-40, 120]$ için $h(x) > 0$ dır.

- $x \in [-70, -40)$ ve $x \in (-40, 120]$ için $t(x) > 0$ dır.

c) Bağımlı değişkenin alabileceği <u>en büyük</u> ve <u>en küçük</u> değerin kaç olduğunu bulunuz.

- $\forall x \in [-70, 120]$ için $h(-70) \leq h(x)$ olduğu için $h(-70) = \frac{70}{2} + 20 = -15$ h fonksiyonunun minumum değeridir.

- $\forall x \in [-70, 120]$ için $h(x) \leq h(120)$ olduğu için $h(120) = \frac{120}{2} + 20 = 80$ h fonksiyonunun maksimum değeridir.

- $\forall x \in [-70, 120]$ için $t(-40) \leq t(x)$ olduğu için $t(-40) = 0$ t fonksiyonunun minumum değeridir.

- $\forall x \in [-70, 120]$ için $t(x) \leq t(120)$ olduğu için $t(120) = \frac{120}{2} + 20 = 80$ t fonksiyonunun maksimum değeridir.

ç) Bağımsız değişkenin aldığı değerler artarken fonksiyonun aldığı değerlerin nasıl değiştiğini bulunuz.

- h fonksiyonunda;

  $\forall x, y \in [-70, 120]$ için $x < y$ iken $h(x) < h(y)$ olmaktadır. (Bağımsız değişken artarken bağımlı değişken de artmaktadır.)

- t fonksiyonunda;

  $x, y \in [-70, -40]$ için $x < y$ iken $t(x) > t(y)$ (Bağımsız değişken artarken bağımlı değişken azalmaktadır.)

  $x, y \in [-70, 120]$ için $x < y$ iken $t(x) < t(y)$ (Bağımsız değişken artarken bağımlı değişken de artmaktadır.)

d) Bağımsız değişkenin aldığı herhangi iki farklı değer için bağımlı değişkenin aldığı değerler farklı mıdır? Açıklayınız.

- h fonksiyonu doğrusal fonksiyon olduğu için, bağımsız değişkenin aldığı herhangi iki farklı değer için bağımlı değişkenin aldığı değerler farklıdır.

- t fonksiyonunda;

$$\left.\begin{array}{l} t(-50)=\left|\frac{-50}{2}+20\right|=5 \\ t(-30)=\left|\frac{-30}{2}+20\right|=5 \end{array}\right\} t(-50)=t(-30)$$

Örneğinde olduğu gibi bağımsız değişkenin aldığı iki farklı değer için bağımlı değişkenin aldığı değerler farklı olmayabilir.

e) h ve t fonksiyonlarının cebirsel benzerlik ve farklılıklarına dair gözlemlerinizden yararlanarak aşağıdaki tabloyu uygun şekilde doldurunuz.

Fonksiyonun Nitel Özellikleri	h(x)	t(x)
En Geniş Tanım Kümesi	$[-70, 120]$	$[-70, 120]$
Görüntü Kümesi	$[-15, 80]$	$[0, 80]$
Fonksiyonun Sıfırı	-40	-40
Fonksiyonun İşareti	$-70 \leqslant x < -40$ için negatif $-40 < x \leqslant 120$ için pozitif	$-70 \leqslant x < -40$ ve $-40 < x \leqslant 120$ için pozitif
Maksimum Noktası	120	120
Minimum Noktası	-70	-40
Bire Birliği	Bire bir	Bire bir değil
Artan veya Azalan Olduğu Aralıklar	$-70 \leqslant x \leqslant 120$ için artan	$-70 \leqslant x \leqslant 0$ için azalan $0 \leqslant x \leqslant 120$ için artan

f) Elde ettiğiniz nitel özelliklerden yararlanarak t fonksiyonunun parçalı gösterimine dair çıkarımlarınızı açıklayınız.

- $x < -40$ için $\frac{x}{2} + 20 < 0$ olacağı için $\left|\frac{x}{2} + 20\right| = -\left(\frac{x}{2} + 20\right) = -\frac{x}{2} - 20$ olur.
- $x \geq -40$ için $\frac{x}{2} + 20 \geq 0$ olduğu için $\left|\frac{x}{2} + 20\right| = \frac{x}{2} + 20$ olur. Bu nedenle parçalı gösterim aşağıdaki gibidir.

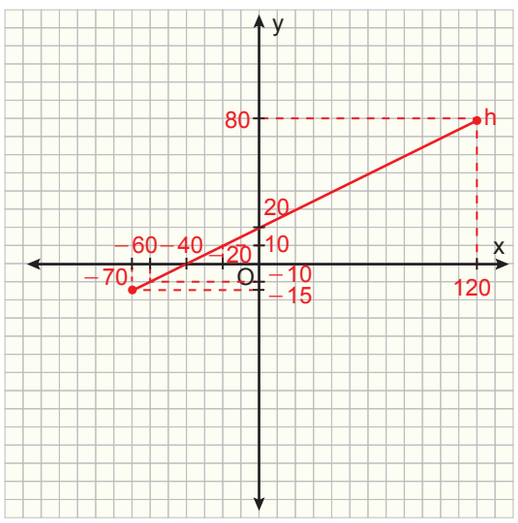
$$t(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 20, & x < -40 \\ \frac{x}{2} + 20, & x \geq -40 \end{cases}$$

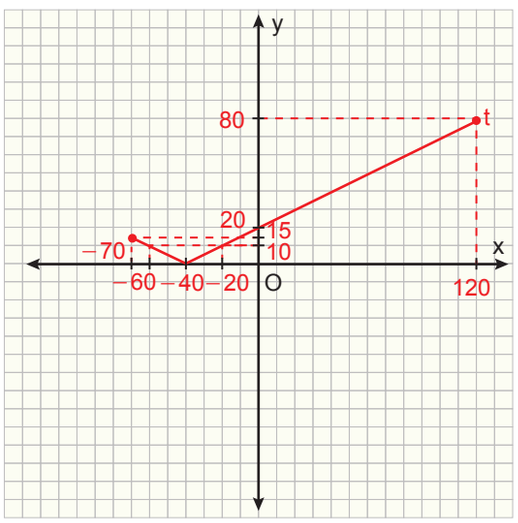
3. Üçüncü fotoğrafın çekileceği irtifanın ilk irtifaya (x) bağlı değerini veren fonksiyonun cebirsel temsili $k(x) = \left|\frac{x}{2} + 20\right| - 10$ biçimindedir.

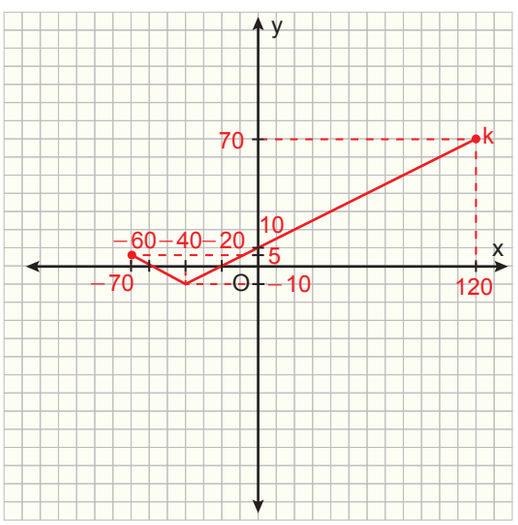
a) Aşağıdaki tabloda pilot tarafından belirlenen ilk irtifalardan bazıları verilmiştir. Buna göre İHA'nın ikinci fotoğrafları çekeceği irtifalar ve bu irtifaların deniz seviyesinden sapma miktarları ile üçüncü fotoğrafları çekeceği irtifaları bularak tabloyu uygun şekilde doldurunuz.

İlk İrtifa x	**İkinci Fotoğrafın Çekileceği İrtifa** $h(x) = \frac{x}{2} + 20$	**İkinci Fotoğrafın Çekileceği İrtifanın Deniz Seviyesinden Sapma Miktarı** $t(x) = \left\|\frac{x}{2} + 20\right\|$	**Üçüncü Fotoğrafın Çekileceği İrtifa** $k(x) = \left\|\frac{x}{2} + 20\right\| - 10$
-70	-15	15	5
-60	-10	10	0
-40	0	0	-10
-20	10	10	0
0	20	20	10
120	80	80	70

b) Tablodaki değerleri de kullanarak h, t ve k fonksiyonlarının grafiklerini sırasıyla aşağıdaki dik koordinat sistemleri üzerinde çizerek grafikler arasındaki ilişkiye dair çıkarımlarınızı yazınız.







h fonksiyonunun grafiğinden faydalanılarak k fonksiyonunun grafiği çizilebilir.Bunun için h fonksiyonunun grafiği üzerinde h nin işaretinin negatif olduğu kısmın x eksenine göre yansıması alınarak t fonksiyonunun grafiği çizilir. t fonksiyonunun grafiği y ekseni boyunca negatif yönde 10 birim ötelendiğinde k fonksiyonunun grafiği elde edilir.

c) t ve k fonksiyonlarının grafiksel benzerlik ve farklılıklarına dair gözlemlerinizden yararlanarak aşağıdaki tabloyu uygun şekilde doldurunuz.

Fonksiyonun Nitel Özellikleri	t(x)	k(x)
En Geniş Tanım Kümesi	$[-70, 120]$	$[-70, 120]$
Görüntü Kümesi	$[0, 80]$	$[-10, 70]$
Fonksiyonun Sıfırı	-40	-60 ve -20
Fonksiyonun İşareti	$-70 \leqslant x - 40$ ve $-40 < x \leqslant 120$ için pozitif	$-70 \leqslant x < -60$ ve $-20 < x \leqslant 120$ için pozitif $-60 < x < -20$ için negatif
Maksimum Noktası	120	120
Minimum Noktası	-40	-40
Bire Birliği	Bire bir değil	Bire bir değil
Artan veya Azalan Olduğu Aralıklar	$-70 \leqslant x \leqslant -40$ için azalan ve $-40 \leqslant x \leqslant 120$ için artan	$-70 \leqslant x \leqslant -40$ için azalan ve $-40 \leqslant x \leqslant 120$ için artan

ç) Elde ettiğiniz nitel özelliklerden yararlanarak k fonksiyonunun parçalı gösterimine dair çıkarımlarınızı açıklayınız.

$x < -40$ için $\frac{x}{2} + 20 < 0$ olduğundan $\left|\frac{x}{2} + 20\right| = -\left(\frac{x}{2} + 20\right) = -\frac{x}{2} - 20$ ve

$k(x) = -\frac{x}{2} - 20 - 10 = -\frac{x}{2} - 30$ elde edilir.

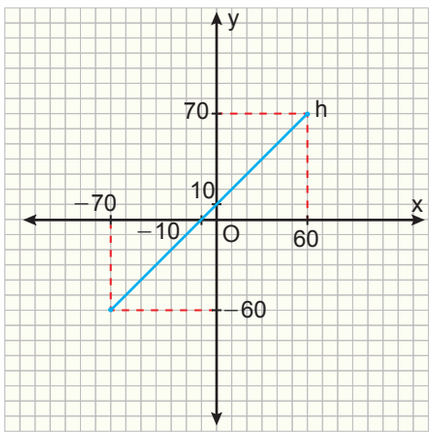
$x \geqslant -40$ için $\frac{x}{2} + 20 \geqslant 0$ olduğundan $\left|\frac{x}{2} + 20\right| = \frac{x}{2} + 20$ ve

$k(x) = \frac{x}{2} + 20 - 10 = \frac{x}{2} + 10$ elde edilir.

Bu nedenle k fonksiyonunun parçalı gösterim aşağıdaki gibidir.

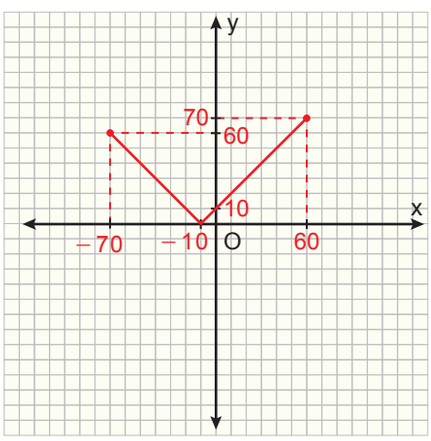
$$k(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} - 30, & x < -40 \\ \frac{x}{2} + 10, & x \geqslant -40 \end{cases}$$

4. Bir obruğun bulunduğu bölgede çekilecek üç fotoğraf için irtifalar yeniden belirlenmiş, ilk irtifa -70 metre ile 60 metre arası $(-70$ ve 60 metre dahil$)$ olacak şekilde güncellenmiştir. İHA nın ikinci fotoğrafı çekeceği irtifanın ilk irtifaya (x) bağlı değerini veren $h(x)=x+10$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.

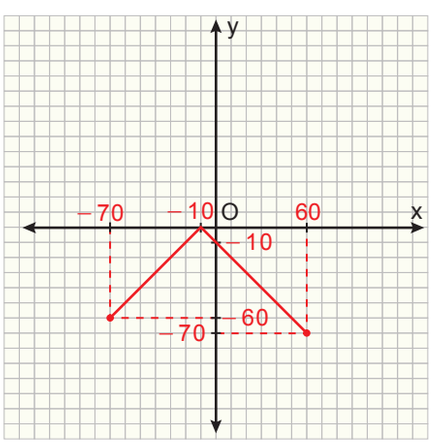


Üçüncü fotoğrafın çekileceği irtifanın ilk irtifaya bağlı değerini veren $k(x)=-|x+10|-5$ fonksiyonunun grafiğinin, h fonksiyonunun grafiğinden faydalanılarak çizilebilmesi için izlenecek adımları sırasıyla aşağıdaki noktalı yerlere yazarak dik koordinat sistemi üzerinde gösteriniz.

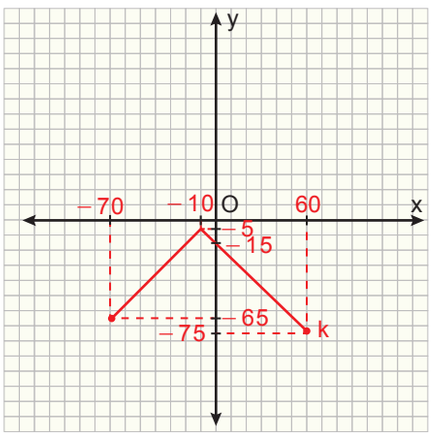
1. ADIM: h fonksiyonunun grafiği üzerinde h nin işaretinin negatif olduğu kısmın x eksenine göre yansıması alınır.



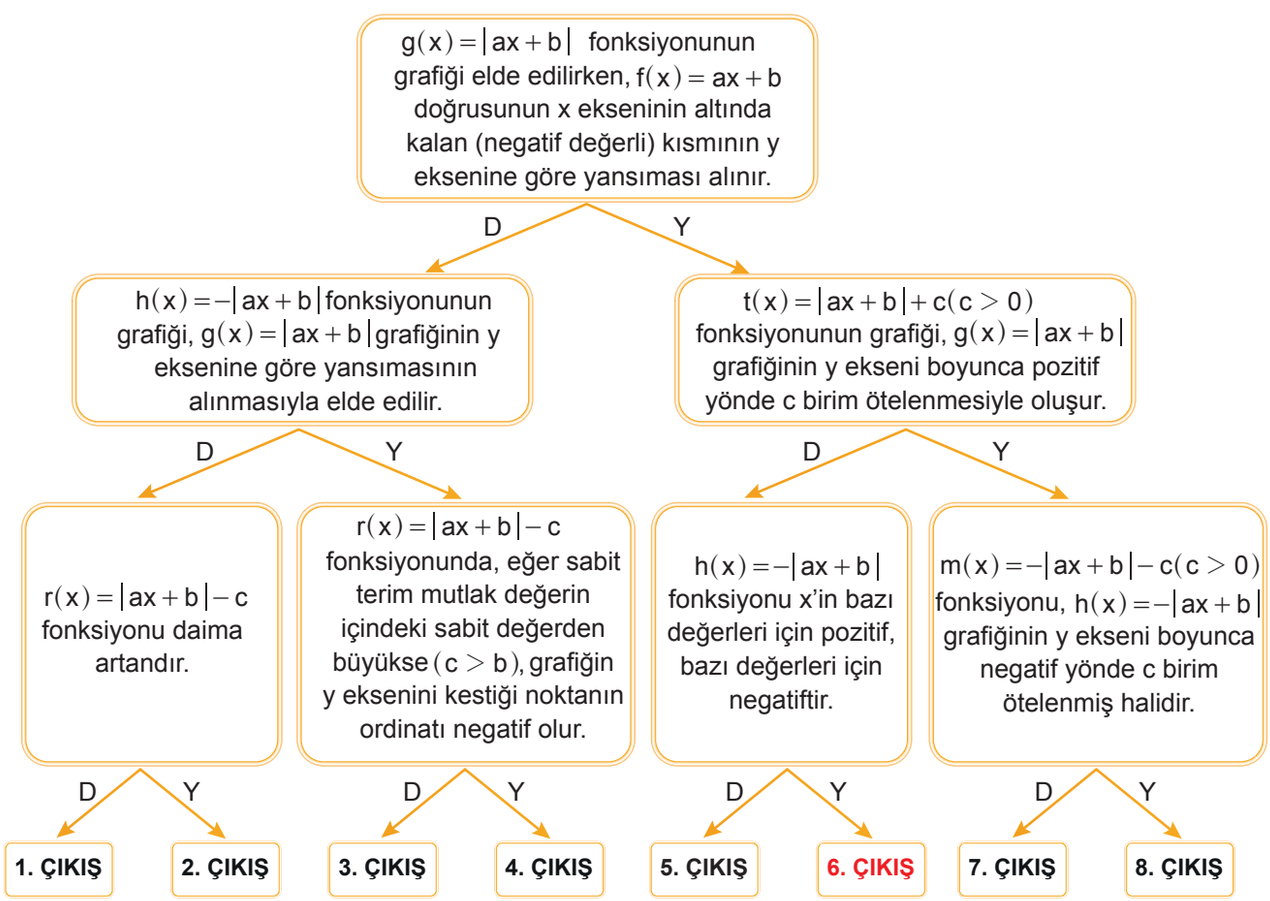
2. ADIM: Birinci adımda elde edilen grafiğin x eksenine göre yansıması alınır.



3. ADIM: İkinci adımda elde edilen grafik y ekseni boyunca ve negatif yönde 5 birim ötelenir.



5. f, g, h, t, r, m fonksiyonları $\mathbb{R}$ de tanımlı ve a, b, c $\in \mathbb{R}$ olsun. Aşağıda bu fonksiyonlarla ilgili bazı ifadeler verilmiştir. Bu ifadelerin her biri için Doğru (D) veya Yanlış (Y) seçeneklerinden uygun olanı işaretleyiniz. İlk sorudan başlayarak verdiğiniz cevaplara göre ilerleyecek ve sonunda sekiz farklı çıkış noktasından birine ulaşacaksınız.



a) Hangi çıkışa ulaştığınızı yazınız.

6. ÇIKIŞ

b) Ulaşırken karşılaştığınız yanlış ifadelerin doğrularını yazınız.

- $g(x) = |ax + b|$ fonksiyonun grafiği elde edilirken, $f(x) = ax + b$ doğrusunun x ekseninin altında kalan (negatif değerli) kısmının x eksenine göre yansıması alınır.
- $h(x) = |ax + b|$ fonksiyonu x in $-\frac{b}{a}$ değeri için sıfır, diğer değerleri için negatiftir.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme

MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme

a) Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin bileşenleri (denklemi oluşturan fonksiyonların nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
b) Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
c) Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
ç) Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
d) Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
e) Belirlediği stratejiyi kullanarak problemi çözer.
f) Elde ettiği çözümü uygun yöntemleri seçerek doğrular.
g) Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
ğ) Problemin olası çözüm stratejilerine dayalı olarak çıkarımlar yapar.
h) Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

MAT.9.2.3

SÜRDÜRÜLEBİLİR YEŞİL GELECEK

Türkiye'de 2017 yılında başlayan "Sıfır Atık Projesi" ile atıkların geri kazanımı artarak devam etmekte ve sürdürülebilir yeşil bir gelecek inşa edilmeye çalışılmaktadır.
Geri kazanımın temel amacı, doğal kaynakları korumak, enerji tasarrufu sağlamak ve çevre kirliliğini azaltmaktır. Kullanılmış malzemelerin tekrar işlenerek üretime kazandırılması, sürdürülebilir yeşil gelecek için önemli bir adımdır.
Geri dönüşüm tesisleri, atık malzemelerin yeniden işlenmesi ve doğal kaynakların korunması amacıyla kurulan önemli yapılar arasındadır.



İki farklı geri dönüşüm tesisinin dönüştürecekleri atık maddelerin temini için belediyeye yaptıkları ödeme teklifleri aşağıdaki gibidir.

A tesisi: Aylık 5000 TL sabit ücret ve işlediği her kilogram atık başına 2 TL

B tesisi: Sabit ücret yok ve işlediği her kilogram atık başına 4 TL

1. A tesisinde işlenen atık miktarına (kg) bağlı belediyenin kazancını (TL) veren f fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.

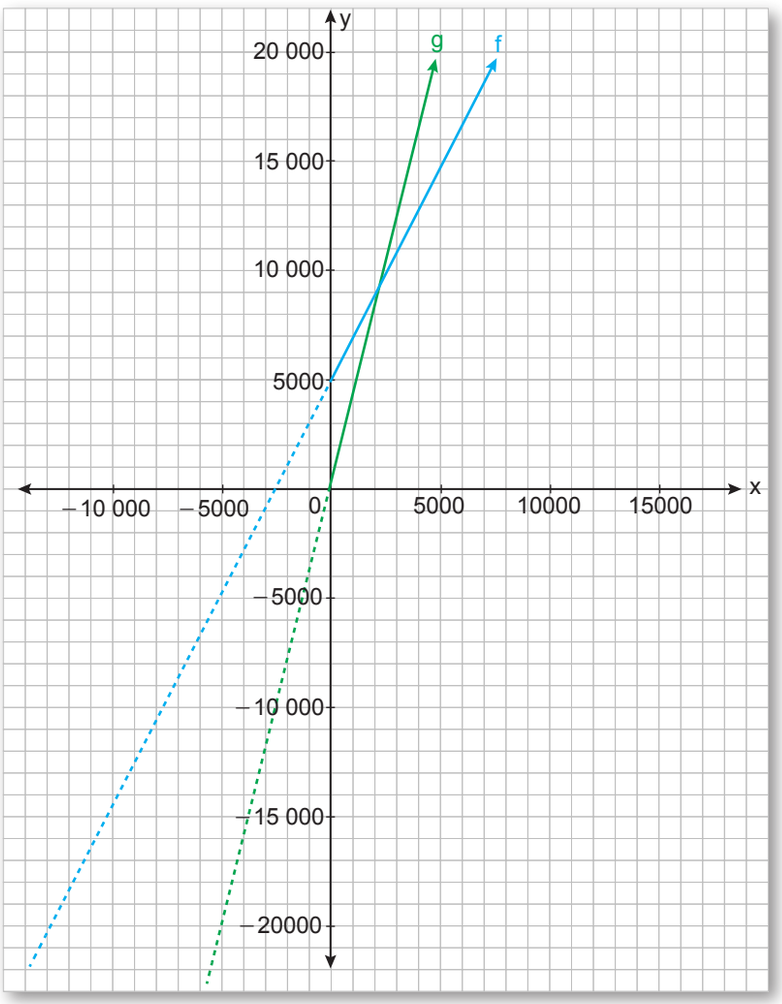
$f(x) = 2x + 5000$

2. B tesisinde işlenen atık miktarına (kg) bağlı belediyenin kazancını (TL) veren g fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.

$g(x) = 4x$

3. Matematik yazılımı yardımıyla f ve g fonksiyonlarının gerçek sayılarda grafik temsilleri aşağıdaki adımlar izlenerek şekildeki gibi oluşturulmuştur.

- f fonksiyonunun grafiği için Giriş bölümüne $f(x) = 2x + 5000$ yazıp Enter tuşuna basınız.
- g fonksiyonunun grafiği için Giriş bölümüne $g(x) = 4x$ yazıp Enter tuşuna basınız.



a) f ve g fonksiyonlarının grafiklerini inceleyerek y eksenini kestikleri noktaların anlamını açıklayınız.

Grafiğin y eksenini kestiği noktalar tesislerde hiç atık işlenmediği durumda belediyenin kazandığı para miktarıdır.

b) Grafikten hareketle f ve g fonksiyonlarının eğimlerini karşılaştırınız. Eğimin daha dik olma durumuna göre hangi tesisin uzun vadede belediye için daha kazançlı olacağını bulunuz.

g fonksiyonu f fonksiyonuna göre daha dik konumda olduğundan A tesisini seçmek belediye için daha kazançlı olacaktır.

4. A ve B tesislerinin belediyeye ödeyeceği para, bu tesisler kaç kilogram atık işlediğinde eşit olur?

$f(x) = g(x)$

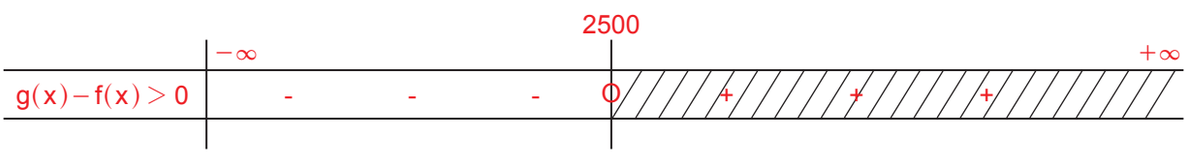
$2x + 5000 = 4x \Rightarrow 2x = 5000 \Rightarrow x = 2500$ ton

5. B tesisinin belediyeye ödeyeceği paranın A tesisinin belediyeye ödeyeceği paradan fazla olduğu durum için atık miktarını ifade eden aralığı işaret tablosu üzerinde gösteriniz.

$g(x) > f(x) \Rightarrow g(x) = f(x) \Rightarrow 4x = 2x + 5000$

$\Rightarrow 2x = 5000$

$\Rightarrow x = 2500$



$x > 2500$ için belediyenin B tesisinden elde edeceği kazanç A tesisinden elde edeceği kazançtan fazla olacaktır.

6. $a, b \in \mathbb{R}$ **ve** $a \neq 0$, $f(x) = ax + b$ **doğrusal fonksiyon olmak üzere tabloda boş bırakılan yerleri uygun şekilde doldurunuz.**

Eşitsizlik	$a > 0$ **İçin Çözüm Aralığı**	$a < 0$ **İçin Çözüm Aralığı**
$f(x) > 0$	$\left(-\frac{b}{a}, \infty\right)$	$\left(-\infty, -\frac{b}{a}\right)$
$f(x) \geq 0$	$\left[-\frac{b}{a}, \infty\right)$	$\left(-\infty, -\frac{b}{a}\right]$
$f(x) < 0$	$\left(-\infty, -\frac{b}{a}\right)$	$\left(-\frac{b}{a}, \infty\right)$
$f(x) \leq 0$	$\left(-\infty, -\frac{b}{a}\right]$	$\left[-\frac{b}{a}, \infty\right)$

7. A tesisinin belediyeye ödeyeceği paranın sapma miktarı

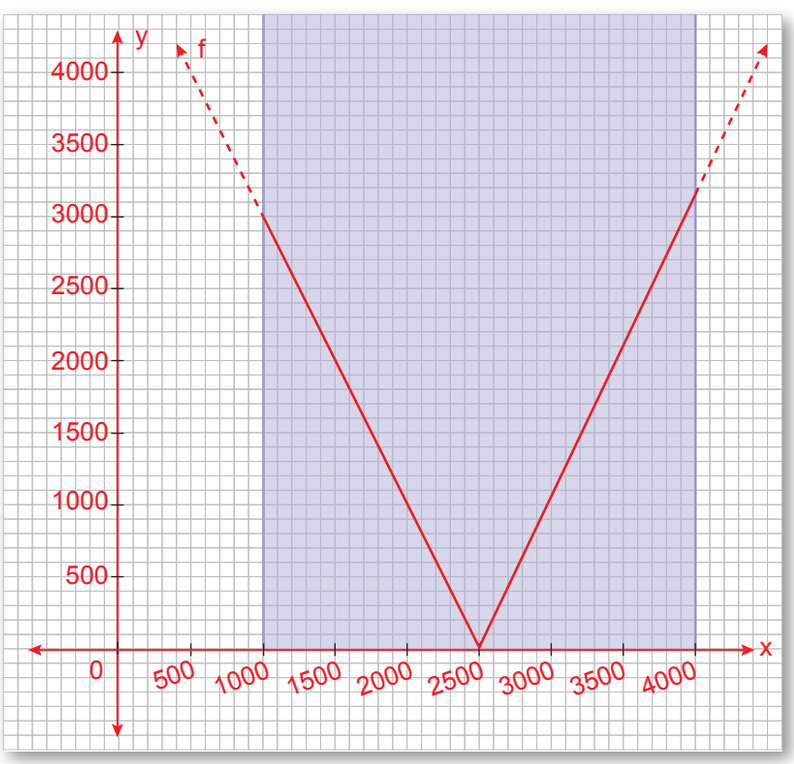
$|f(x) - 10000| \leq 3000$ eşitsizliği ile modellenmiştir.

Buna göre

a) A tesisinde işlenecek atık miktarının hangi değerler arasında değiştiğini fonksiyonun cebirsel temsilini kullanarak bulunuz.

$$|2x + 5000 - 10000| \leq 3000$$
$$|2x - 5000| \leq 3000$$
$$-3000 \leq 2x - 5000 \leq 3000$$
$$2000 \leq 2x \leq 8000$$
$$1000 \leq x \leq 4000$$
$$[1000, 4000]$$

b) A tesisinde işlenecek atık miktarının hangi değerler arasında değiştiğini matematik yazılımı kullanarak çizdiğiniz grafik temsili yardımıyla bulunuz.



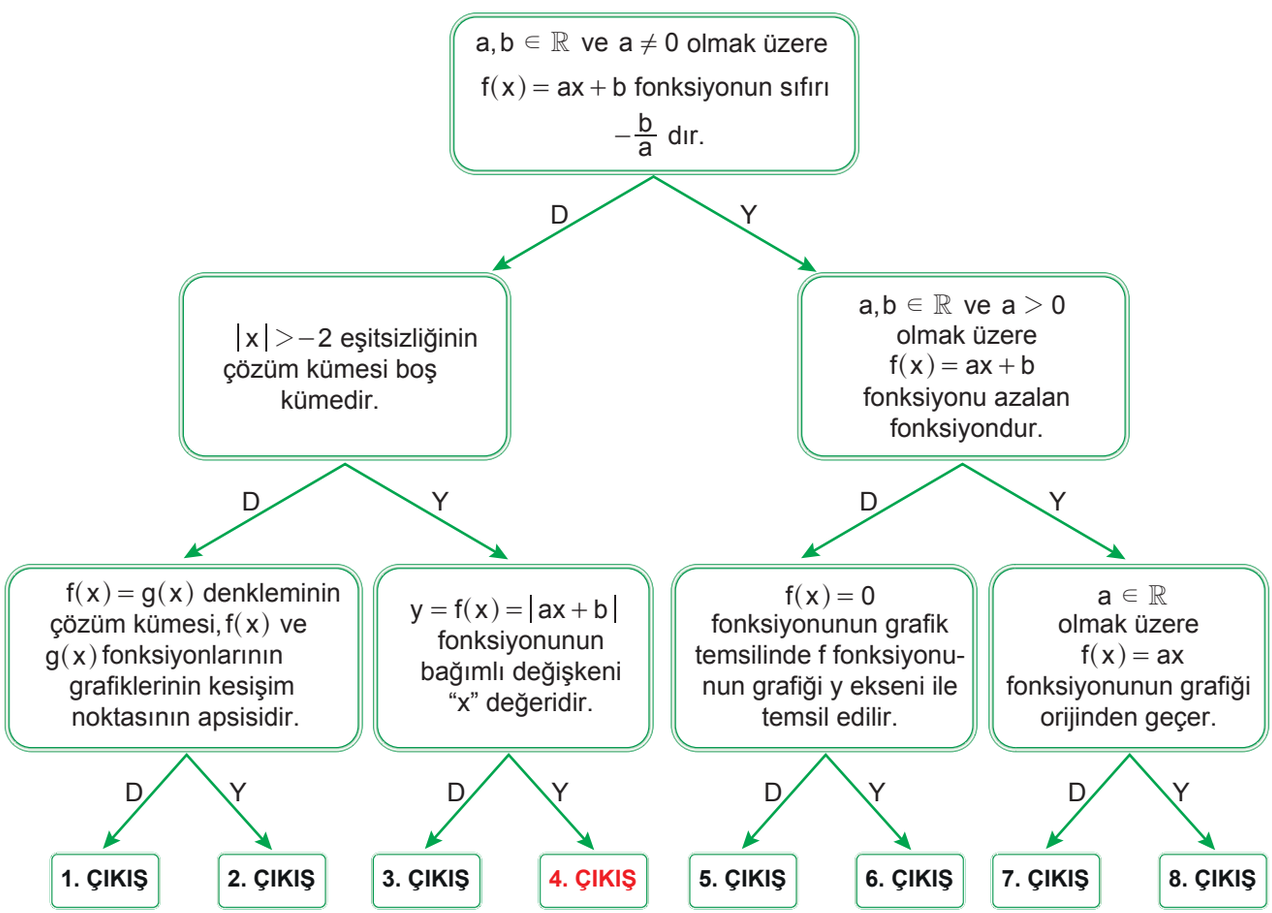
Ekranda görülen boyalı bölge $|f(x) - 10000| \leq 3000$ eşitsizliğinin çözüm aralığı olur.

$1000 \leq x \leq 4000$
$[1000, 4000]$

c) A tesisinde işlenecek atık miktarının hangi değerler arasında değiştiğini bulurken çözümde kullandığınız cebirsel temsil ile grafik temsilinde bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

Cebirsel temsil ve grafik temsili ile çözüldüğünde sonuçların aynı olduğu görülmüştür.

8. Aşağıdaki ifadelerin her biri için Doğru (D) ya da Yanlış (Y) seçeneklerinden uygun olanı işaretleyiniz. İlk sorudan başlayarak verdiğiniz cevaplara göre ilerleyecek ve sonunda sekiz farklı çıkış noktasından birine ulaşacaksınız.



a) Hangi çıkışa ulaştığınızı belirtiniz.

4. ÇIKIŞ

b) Çıkışa ulaşırken yanlış olduğunu düşündüğünüz ifadelerin doğrusunu yazınız.

$|x| > -2$ eşitsizliğinin çözüm kümesi tüm gerçek sayılardır.

$f(x) = |ax + b|$ fonksiyonunun bağımlı değişkeni y, bağımsız değişkeni x tir.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.3.1. Üçgende açı ve kenarla ilgili özellikleri, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri doğrulayabilme veya ispatlayabilme

MAT.9.3.1. Üçgende açı ve kenarla ilgili özellikleri, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri doğrulayabilme veya ispatlayabilme

a) Üçgende iç ve dış açı ölçülerinin toplamına, açılara karşılık gelen kenarlarla ilgili özelliklere ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkilere dair farklı doğrulama veya ispatları kullanır.
b) Yapılan doğrulama veya ispatları yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.

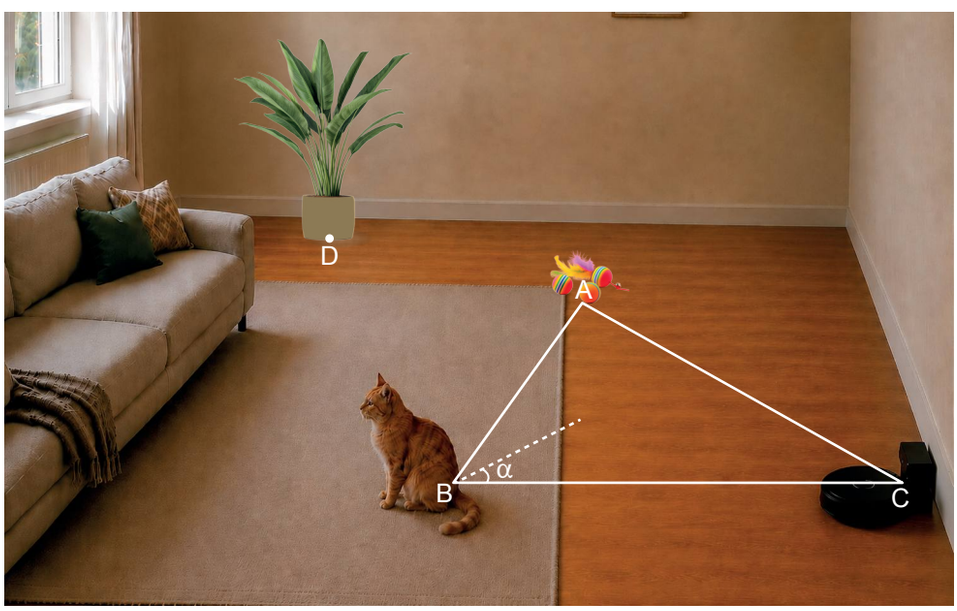
MAT.9.3.1

ROTA OLUŞTURULUYOR

Robot süpürgeler; ev, ofis gibi kapalı alanlarda zemin temizliğini otomatik olarak yapmak üzere tasarlanmış akıllı cihazlardır. Bu cihazlar sensörleri ve yazılım desteğiyle bulunduğu ortamı algılar; engel, duvar veya yön değişimi gerektiren bir durumla karşılaştıklarında hareket doğrultularını değiştirerek yeni bir doğrusal yol üzerinde ilerlemeye devam ederler.

Başak Hanım, evindeki robot süpürgeyi çalıştırdıktan sonra evden ayrılmıştır. Robot süpürge, şarj istasyonundan hareket ederek kuzeybatı yönünde ilerlemiş ve sensörleriyle oyuncağı algıladığı noktada yön değiştirmiştir. Daha sonra güneybatı yönünde ilerlemeye devam etmiş ve evdeki kedinin bulunduğu noktaya geldiğinde hareketli engelden dolayı kısa süreli bir rota uyarısı vermiştir. Uyarıdan sonra doğu yönünde ilerleyerek tekrar şarj istasyonuna ulaşmıştır.

Robot süpürgenin telefon uygulamasında bu hareketin üçgen biçiminde bir rota oluşturduğu görülmüştür. Bu rota; şarj istasyonunun bulunduğu nokta C, robot süpürgenin oyuncağı algılayıp yön değiştirdiği nokta A, kediyi algıladığı nokta B olacak şekilde aşağıda ABC üçgeni biçiminde modellenmiştir.





Robot süpürge şarj istasyonuna ulaştıktan sonra aynı başlangıç rotasını tekrar denemiş ve B noktasına geldiğinde her defasında B noktası etrafında saat yönünün tersi yönde $\alpha < m(\widehat{ABC})$ olacak şekilde α kadar dönme hareketi yaparak ABC üçgenine eş üç tane üçgen biçiminde rota çizmiştir. Dördüncü eş rotayı oluştururken saksıyı algılayıp yeni bir üçgen rota çizip B noktasına,ardından C noktasına ulaşmıştır. Saksının olduğu nokta D, son üçgen rota $\widehat{BDE}$ olarak isimlendirildiğinde $m(\widehat{DBE}) = \alpha$ ve E, B, C noktaları doğrusal olmaktadır.

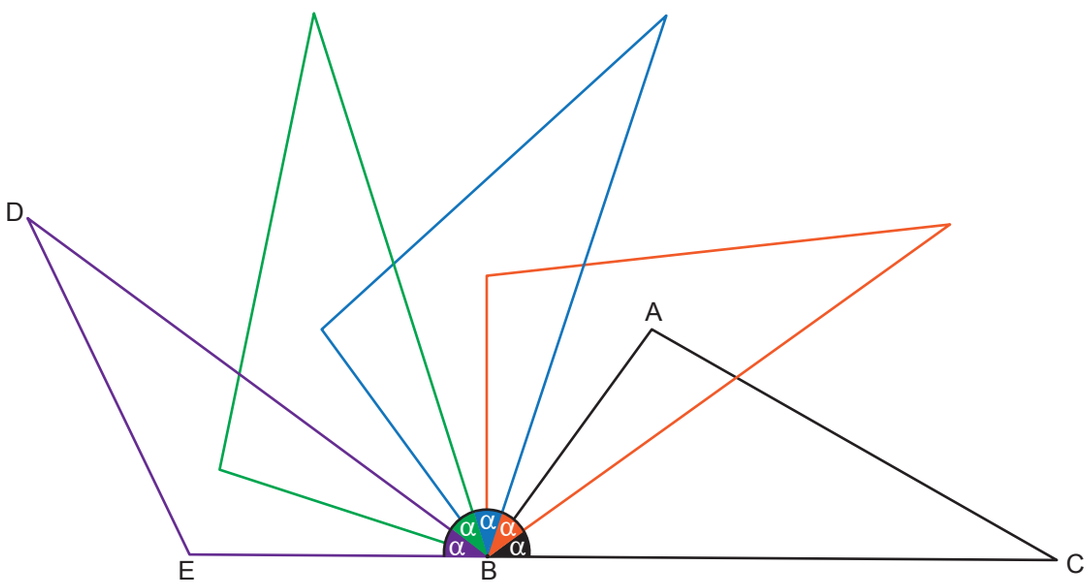
1. Robot süpürgenin izlediği rota ile oluşan tüm üçgenleri çizerek α açısının ölçüsünü bulunuz.

Robot süpürgenin yaptığı dört α sapma açısı ile son üçgendeki α açısı, birlikte doğru açı oluşturur.

$4\alpha + \alpha = 180°$

$5\alpha = 180°$

$\alpha = 36°$



2. ABC üçgeni için

- A açısının ölçüsü, α açı değerinin iki katından 5° fazladır.
- B açısının ölçüsü, α açı değerinin üç katının 28° fazlasının yarısıdır.
- C açısının ölçüsü, α açı değerinin 1° eksiğidir.

bilgileri veriliyor.

Buna göre

a) ABC üçgeninin iç açı ölçülerini cebirsel ilişkiler kurarak belirleyiniz.

$m(\widehat{A}) = 2\alpha + 5°$ olduğundan

$m(\widehat{A}) = 2 \cdot 36° + 5° = 72° + 5° = 77°$ bulunur.

$m(\widehat{B}) = \dfrac{3\alpha + 28°}{2}$ olduğundan

$m(\widehat{B}) = \dfrac{(3 \cdot 36° + 28°)}{2} = 68°$ bulunur.

$m(\widehat{C}) = \alpha - 1°$ olduğundan

$m(\widehat{C}) = 36° - 1° = 35°$ bulunur.

b) İki paralel doğrunun bir kesenle yaptığı açılardan yararlanarak KLM üçgeninin iç açı ölçüleri toplamına ilişkin bir önerme oluşturunuz.

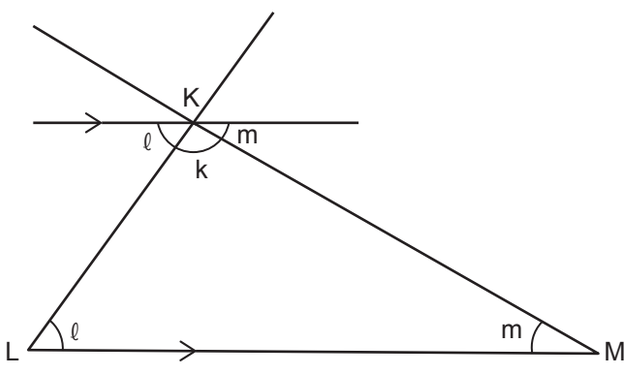
KLM üçgeninde K noktasından [LM] na paralel bir doğru çizildiğinde [LK ve [MK doğruları bu doğruyu keser. Bu durumda ℓ ve m iç açılarının iç ters açıları, K noktasında oluşan doğru açı üzerinde yer alır. K noktasında oluşan doğru açının ölçüsü 180° olduğundan üçgenin iç açılarının ölçüleri arasında aşağıdaki ilişki kurulur:

$m(\widehat{K}) + m(\widehat{L}) + m(\widehat{M}) = 180°$

Önerme:

Düzlemde herhangi bir üçgenin iç açı ölçüleri toplamı 180°dir.

Bu önerme yalnızca çizilen KLM üçgeni için değil, düzlemdeki bütün üçgenler için geçerlidir.



c) ABC üçgeninin iç açı ölçülerinin toplamının, önermenizle uyumlu olup olmadığını değerlendiriniz.

Bulunan iç açı ölçülerinin toplamı:

$77° + 68° + 35° = 180°$ dir.

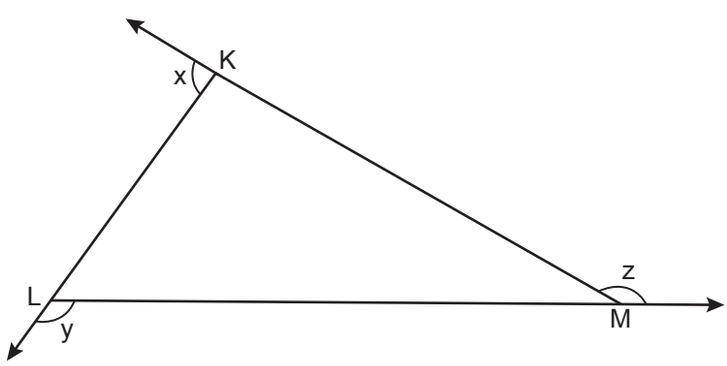
Elde edilen toplam üçgeninin iç açıları ölçüleri toplamının 180° olmasıyla uyumludur.

ç) Çizeceğiniz bir üçgenin her bir köşesindeki bir dış açının ölçüsünü sırasıyla x, y ve z olarak adlandırınız. Üçgenin iç açı ölçüleri toplamına ilişkin önermenizi kullanarak dış açı ölçüleri toplamına ilişkin bir önerme oluşturunuz.

KLM üçgeninin K, L ve M köşelerindeki birer dış açısı sırasıyla x, y ve z olsun.

Her iç açının ölçüsü ile ona komşu olan dış açının ölçüleri toplamı bütünler açı oluşturur.

$m(\widehat{K}) + x = 180°$
$m(\widehat{L}) + y = 180°$
$m(\widehat{M}) + z = 180°$



Bu eşitlikler taraf tarafa toplandığında:

$m(\widehat{K}) + m(\widehat{L}) + m(\widehat{M}) + x + y + z = 540°$

Üçgenin iç açıları toplamı 180° olduğundan:

$180° + x + y + z = 540°$

$x + y + z = 360°$

Üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

d) ABC üçgenine ait dış açı ölçülerini bulunuz ve bulduğunuz dış açı ölçülerinin toplamının önermenizle uyumlu olup olmadığını değerlendiriniz.

$m(\widehat{A}) + x = 180°$
$77° + x = 180°$
$x = 103°$

$m(\widehat{B}) + y = 180°$
$68° + y = 180°$
$y = 112°$

$m(\widehat{C}) + z = 180°$
$35° + z = 180°$
$z = 145°$

$103° + 112° + 145° = 360°$

Bulunan toplam üçgenin dış açıları toplamının 360° olması ile uyumludur.

3. Robot süpürgenin şarj istasyonundan çıkıp tekrar şarj istasyonuna dönerek oluşturduğu ABC üçgeninin kenar uzunlukları 12 m,15 m ve 19 m olduğu bilinmektedir.

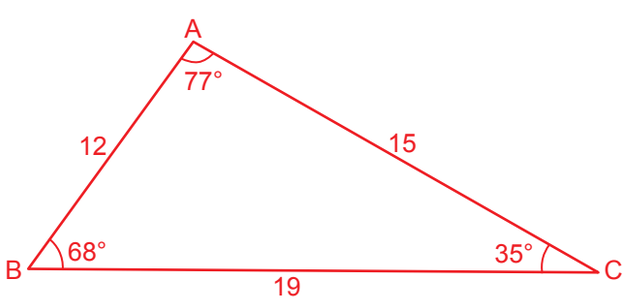
Buna göre, açı-kenar bağıntısını kullanarak hangi uzunluğun hangi kenara ait olduğunu açıklayınız.

$m(\widehat{A}) = 77°$
$m(\widehat{B}) = 68°$
$m(\widehat{C}) = 35°$

Bulunan açı ölçülerinin büyükten küçüğe sıralaması $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ şeklindedir.

Açı kenar bağıntısı gereğince,bir üçgende büyük açının karşısında büyük kenar, küçük açının karşısında küçük kenar bulunur. Buna göre,

$|BC| > |AC| > |AB|$ şeklindedir.



4. Cep telefonu uygulaması, $|EB| = 13$ m olmak üzere, CAE üçgeni biçiminde yeni bir rota oluşturmuştur.

Buna göre, $|AE|$ nun metre cinsinden alabileceği <u>en büyük</u> tam sayı değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 10 B) 18 C) 32 D) 46 E) 50

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf
MATEMATİK
CEVAP ANAHTARI

MAT.9.4.1. Geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapabilme

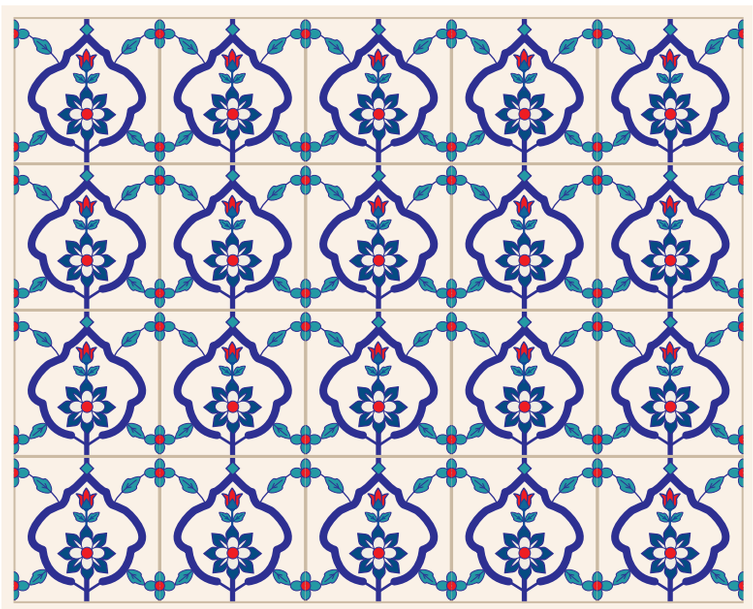
MAT.9.4.1. Geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapabilme

a) Mevcut bilgisi dâhilinde geometrik dönüşümlerin (yansıma, öteleme, dönme) özelliklerine, bir geometrik şeklin dönüşüm sonrasında oluşan görüntüsüne ilişkin varsayımlarda bulunur.
b) İncelediği örnekler üzerinden dönüşümlerin özelliklerine ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin varsayımlarına dayalı örüntüleri geneller.
c) Dönüşümlerin özellikleri ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
ç) Elde ettiği genellemelerden hareketle dönüşümlerin özelliklerine ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin önermeler sunar.
d) Geometrik dönüşümlerle ilgili elde ettiği önermeleri konu ile ilgili başka çıkarımlar yapmak için kullanarak değerlendirir.

MAT.9.4.1

ÇİNİ MOTİFİ

Bir okulda Geleneksel Türk Sanatları Köşesi için aşağıdaki çini panosunun dijital ortamda yeniden çizilmesi planlanmaktadır.



ANA ÇİÇEK MOTİFİ
Her çini karesini, ortasında yer alan, kırmızı merkez çevresindeki beyaz yapraklar ve dış kısımdaki lacivert yaprak biçimli parçaların bir araya gelmesiyle oluşan büyük çiçek motifidir.

LALE MOTİFİ
Ana çiçek motifinin üst bölümünde yer alan kırmızı renkli lale biçimli süsleme öğesidir.

KÜÇÜK ÇİÇEK MOTİFİ
Çini karelerinin bileşim noktalarında ana çiçek motifinin ortasında yer alan beyaz ve mavi yapraklı küçük çiçek biçimli süsleme ögesidir.

YAPRAK
Ana çiçek ve lale motiflerini çevreleyen kıvrım çizgileri üzerinde yer alan yeşil renkli küçük yaprak biçimli süsleme öğesidir.

KIVRIM ÇİZGİSİ
Ana çiçek motifini çevreleyen ve motifleri birbirine bağlayan eğri çizgi biçimli süsleme öğesidir.

Tasarım ekibi, panodaki motiflerin nasıl tekrarlandığını ve hangi geometrik dönüşümlerle oluşturulduğunu inceleyerek panonun düzenini bozmadan dijital kopyasını oluşturmak istemektedir.

Panoda ana çiçek motifleri, lale motifi, küçük çiçek motifi, yapraklar ve kıvrım çizgileri belirli aralıklarla tekrar etmektedir.

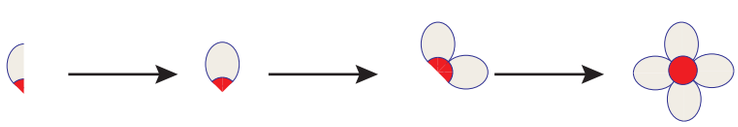
1. Aşağıdaki panoda tekrar eden ana çiçek motifi, lale motifi, küçük çiçekler, yaprak ve kıvrım çizgilerinden geometrik dönüşüm sonucunda oluşan görüntüsü olabileceğini düşündüğünüz en az iki çift seçerek görsel üzerinde işaretleyiniz. Seçtiğiniz çiftlerin yansıma, öteleme veya dönme dönüşümlerinden hangisiyle ilişkilendirilebileceğine yönelik varsayımlarınızı yazınız.



Öteleme dönüşümü için :
Aynı satırda veya aynı sütunda yer alan iki ana çiçek motifi ya da iki lale motifi seçilebilir. Bu motifler öteleme dönüşümüyle ilişkilendirilebilir. Çünkü motiflerin biçimi, büyüklüğü ve yönü aynıdır; yalnızca konumları değişmiştir.
Yansıma dönüşümü için :
Bir çini biriminin sağ ve sol tarafında yer alan yaprak biçimli süsleme parçaları veya kıvrım çizgileri seçilebilir. Bu parçalar, çini biriminin ortasından geçen düşey doğruya göre yansıma dönüşümüyle ilişkilendirilebilir. Çünkü parçaların biçimi ve büyüklüğü aynıdır; ancak konumları ve yönleri yansıma doğrusuna göre değişmiştir.
Dönme dönüşümü için :
Bir küçük çiçek motifindeki yapraklardan biri seçilebilir. Bu yaprak, çiçeğin merkezindeki kırmızı nokta etrafında belirli açılarla döndürüldüğünde diğer yaprakların konumuna gelebilir. Bu nedenle küçük çiçek motifindeki yapraklar dönme dönüşümüyle ilişkilendirilebilir. Çünkü yaprakların biçimi ve büyüklüğü korunur; konumları ve yönleri değişir.

2.

Şekil I–IV te çini panosunda yer alan küçük çiçek motifinin oluşturulma aşamaları gösterilmiştir.



Şekil I Şekil II Şekil III Şekil IV

a) Şekil I deki görsele hangi geometrik dönüşüm uygulanarak Şekil II deki görsel elde edilmiştir? Gerekçesiyle birlikte açıklayınız.

Şekil II, Şekil I deki görsele yansıma dönüşümü uygulanarak elde edilmiştir.
Şekil I deki görsel uygun bir doğruya göre yansıma dönüşümü uygulanır. Oluşan görüntü,Şekil I deki görsel ile birleştirildiğinde Şekil II'deki görsel oluşur.
Gerekçe:
Yansıma dönüşümünde şeklin biçimi, büyüklüğü ve eğri uzunluğu korunur. Ancak şeklin konumu ve yönü yansıma doğrusuna göre değişir.

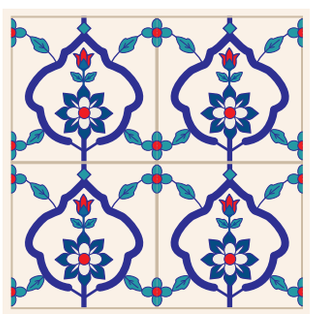
b) Şekil II deki motife hangi geometrik dönüşüm uygulandığında Şekil III teki görsel elde edilmiştir? Gerekçesiyle birlikte açıklayınız.

Şekil III, Şekil II deki yaprak motifinin kırmızı nokta dönme merkezi alınarak dönme dönüşümü uygulanmasıyla elde edilmiştir.
Şekil II deki yaprak motifi, kırmızı nokta etrafında saat yönünde 90° döndürülerek ikinci yaprak oluşturulur. Başlangıçtaki yaprakla bu döndürülmüş görüntü birlikte Şekil III ü oluşturur.
Gerekçe:
Dönme dönüşümünde motifin biçimi ve büyüklüğü değişmez. Motif yalnızca kırmızı nokta etrafında belirli bir açı ile döndüğü için konumu ve yönü değişir.

c) Şekil III teki motife hangi geometrik dönüşüm uygulandığında Şekil IV teki küçük çiçek motifi elde edilmiştir? Gerekçesiyle birlikte açıklayınız.

Şekil IV, Şekil III'teki iki yapraklı motife dönme dönüşümü uygulanmasıyla elde edilen görüntünün, Şekil III teki motif ile birleştirilmesi sonucunda oluşmuştur.
Şekil III teki iki yapraklı motif, kırmızı nokta dönme merkezi kabul edilerek 180° Oluşan görüntü, Şekil III teki motif ile birleştirildiğinde Şekil IV teki dört yapraklı küçük çiçek motifi elde edilir.
Gerekçe:
Dönme dönüşümünde motifin biçimi, büyüklüğü ve uzunlukları korunur. Ancak motifin konumu ve yönü değişir. Bu dönüşüm sonucunda yapraklar kırmızı merkez etrafında düzenli biçimde yerleşerek küçük çiçek motifini oluşturur.

3. Görselde aynı çini motifinin yatay ve düşey doğrultularda farklı konumlarda tekrarlandığı görülmektedir.



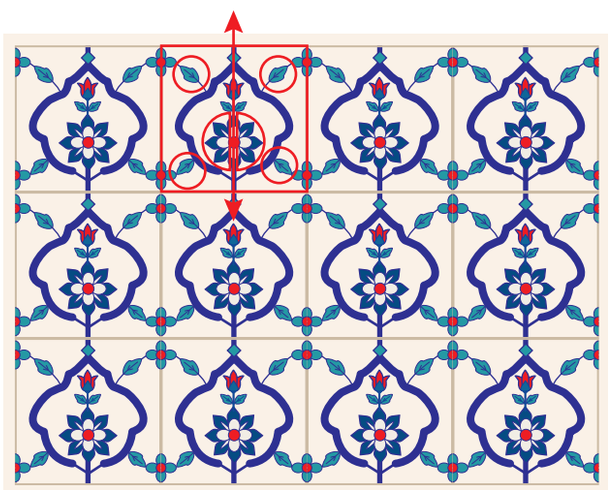
Görselden, birbirinin geometrik dönüşümü sonucu oluşan bir motif çifti belirleyiniz. Belirlediğiniz motif çifti için aşağıdaki tabloda verilen özelliklerin değişip değişmediğini işaretleyiniz.

Tablo: Geometrik Dönüşüm Sonrası Motif Özelliklerinin Karşılaştırılması

Karşılaştırılan Özellik	Değişti	Değişmedi
Biçim		✔
Büyüklük		✔
Eğri uzunluğu		✔
Konum	✔	
Şeklin yönü		✔

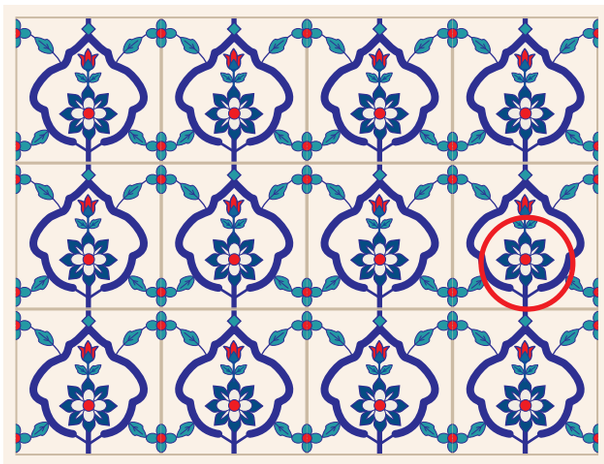
Bu iki lale motif öteleme dönüşümü ile oluşmuştur. Çünkü motifin biçimi, büyüklüğü ve yönü değişmemiş; yalnızca panodaki konumu değişmiştir.
Seçilen üstteki motif, düşey doğrultuda aşağı yönde bir çini karesi kadar öteleme dönüşümü sonucunda alttaki motifin konumuna gelmiştir.

4. Görseldeki büyük çini motiflerinden birini seçiniz. Motifin bir doğruya göre yansıma dönüşümü sonucunda kendisiyle çakışmasını sağlayan yansıma doğrusunu çiziniz. Bu doğrunun iki yanında birbirinin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü olan iki motif parçasını işaretleyerek seçiminizi gerekçesiyle birlikte açıklayınız.



Seçilen motiflerin ortasından geçen düşey doğru yansıma doğrusudur. Bu doğrunun sağında ve solunda işaretlenen motif parçaları, birbirinin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsüdür. Bu seçilen parçaların biçimi ve büyüklüğü aynıdır. Ancak parçalar yansıma doğrusunun iki yanında karşılıklı konumlanmıştır ve yönleri doğruya göre değişmiştir.

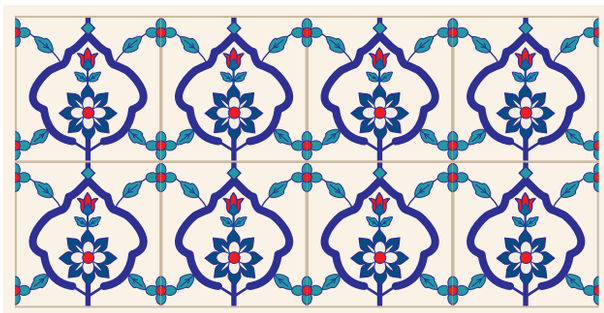
5. Görseldeki beyaz yapraklı küçük çiçek motiflerinden birini seçiniz. Motifin merkezindeki kırmızı noktayı dönme merkezi kabul ediniz. Beyaz yapraklardan birinin başka bir beyaz yaprakla çakışmasını sağlayan dönme dönüşümünü görsel üzerinde gösteriniz. Dönmenin yönünü ve açısını belirterek cevabınızı gerekçesiyle birlikte açıklayınız.



Küçük çiçeğin ortasındaki kırmızı nokta dönme merkezi olarak alınır.
Beyaz yapraklardan biri, kırmızı nokta etrafında 90° döndürülürse yanındaki beyaz yaprağın konumuna gelir.

Gerekçe:
Dönme dönüşümünde yaprağın biçimi, büyüklüğü ve uzunlukları değişmez. Yaprak yalnızca kırmızı merkez etrafında belirli bir açı kadar döndüğü için konumu ve yönü değişir. Bu nedenle seçilen beyaz yaprak, merkez etrafında 90° döndürüldüğünde diğer beyaz yaprakla çakışır.
Bir şekle dönme dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki herhangi bir nokta ile bu noktanın görüntüsünün dönme merkezine uzaklıkları birbirine eşit olur.

6. Aşağıda verilen görselden yararlanarak yansıma, dönme ve öteleme dönüşümleri sonucunda şeklin korunan veya değişen özelliklerini açıklayan iki matematiksel önerme yazınız.



- **Önerme 1:** Bir şekle öteleme, yansıma veya dönme dönüşümü uygulandığında şeklin biçimi, büyüklüğü, uzunlukları ve açı ölçüleri korunur.
- **Önerme 2:** Bir şekle dönme dönüşümü uygulandığında şekil üzerindeki herhangi bir nokta ile bu noktanın görüntüsünün dönme merkezine uzaklıkları birbirine eşit olur.

7. Tasarım ekibi, çini panosunu dijital ortamda yeniden oluşturmak için farklı çizim denemeleri yapmıştır. Bu denemelerde bazı motifler yeniden çizilmiş, bazı motif parçaları tamamlanmış ve panodaki düzenin bozulmaması için geometrik dönüşümlerden yararlanılmıştır.

Aşağıda verilen A, B, C ve D çalışma kartlarını ve çini panosu taslağını inceleyiniz.

Başlangıç şekli olarak;

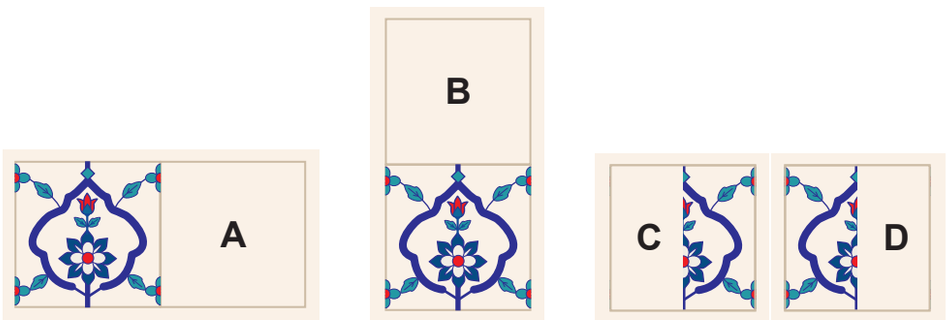
A kartında, A alanının solundaki tam çini motifini,

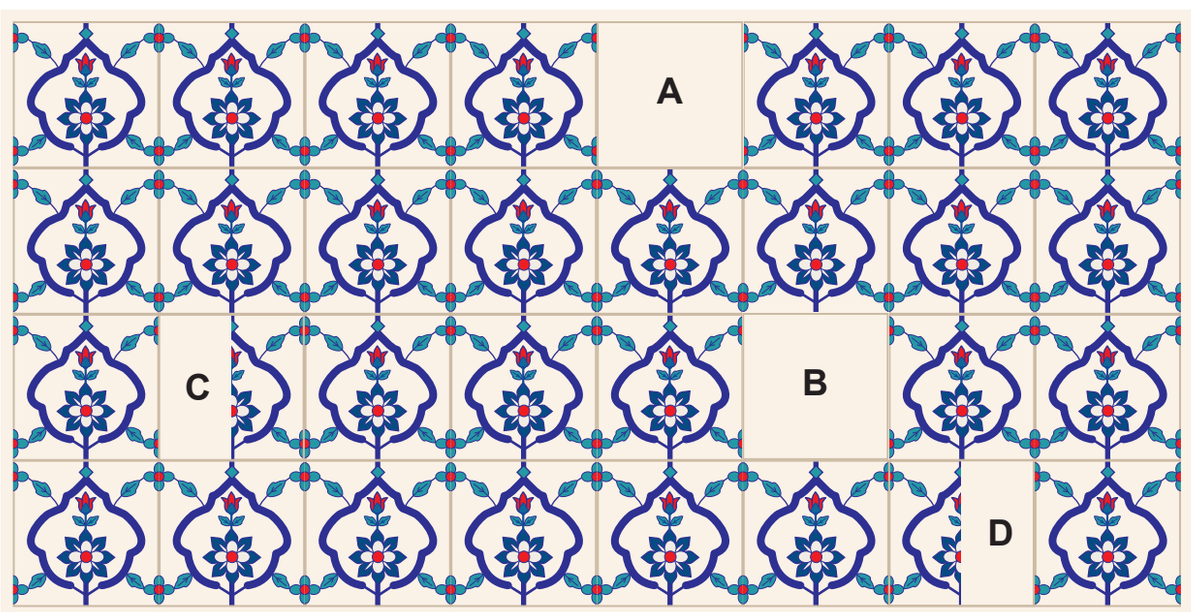
B kartında, B alanının altındaki tam çini motifini,

C kartında, C alanının sağındaki motif parçasını,

D kartında, D alanının solundaki motif parçasını kullanınız.

Çalışma Kartları

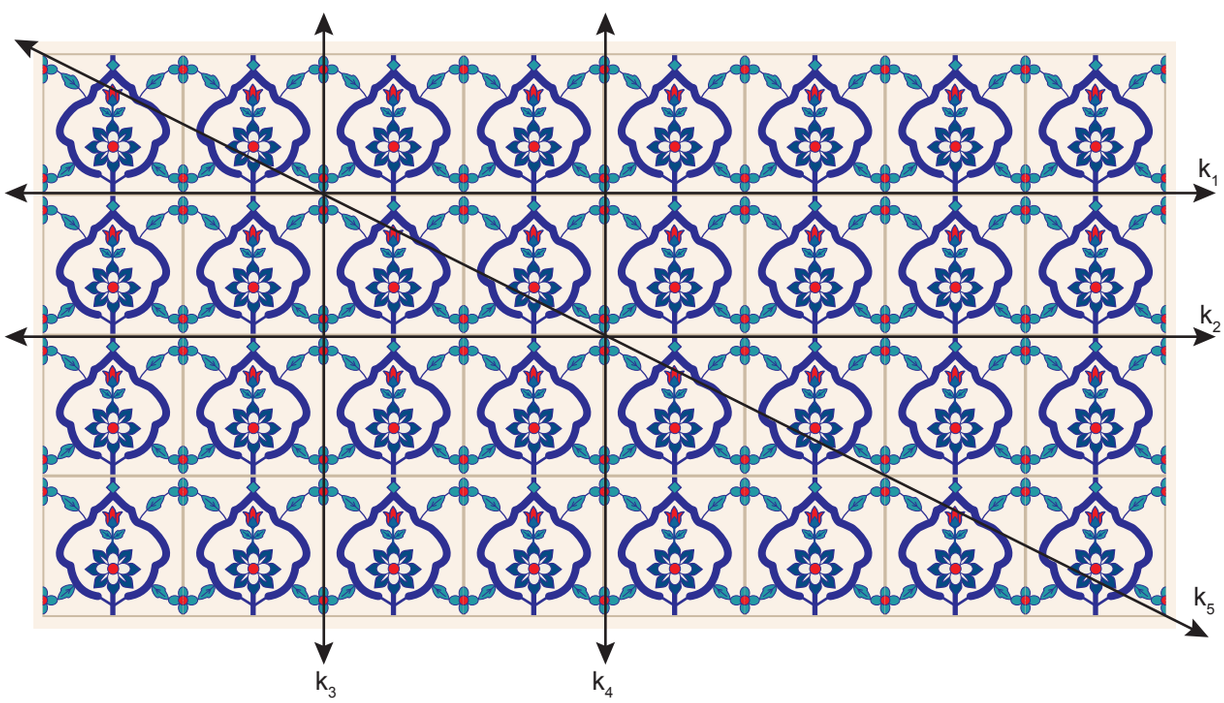




Her çalışma kartında harfle gösterilen çizim alanını tamamlamak için öteleme veya yansıma dönüşümlerinden hangisinin kullanılabileceğini belirleyiniz. Belirlediğiniz geometrik dönüşümleri ve motifin dönüşüm öncesi ve sonrasındaki biçim, büyüklük, konum ve yön özelliklerini karşılaştırarak gerekçelerinizi aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerlere yazınız.

Alan	Geometrik Dönüşüm	Gerekçe
A	Öteleme	Tam motif aynı yönde sağa taşınarak A alanına yerleştirilebilir.
B	Öteleme	Alttaki tam motif yukarı doğru taşınarak B alanına yerleştirilebilir.
C	Yansıma	Sağdaki motif parçası uygun bir düşey doğruya göre yansıtarak C alanı tamamlanabilir.
D	Yansıma	Soldaki motif parçası uygun bir düşey doğruya göre yansıtılarak D alanı tamamlanabilir.

8. Aşağıdaki çini modelinde k_1, k_2, k_3, k_4 ve k_5 doğruları çizilmiştir.



Bu çini modelinde verilen doğrulara göre aşağıdaki dönüşümlerin hangisi yoktur?

A) k_1 doğrusuna göre öteleme
B) k_2 doğrusuna göre öteleme
C) k_3 doğrusuna göre yansıma
D) k_4 doğrusuna göre yansıma
E) k_5 doğrusuna göre yansıma

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

YAZILI PUSULASI

Çözümlere buradan ulaş

9. Sınıf Matematik Öğrenme Etkinlikleri Seti 2. Bölüm (2026-2027)

Telefonunun kamerasıyla ilgili QR kodunu okut.
Ekrandan okuyorsan QR koduna dokunabilirsin.

CEVAP VE ÇÖZÜMLER

Yazılı cevaplar ve çözüm sayfası
Ücretsiz erişim

VİDEO ÇÖZÜMÜ

Bu PDF’nin ilgili videosu ve durumu
Premium videolar uygulamada açılır

Video henüz eklenmediyse sağdaki sayfada belirtilir.
Video sonradan eklendiğinde aynı QR kodu kullanılabilir.

Bu erişim kartı Yazılı Pusulası tarafından eklenmiştir.
Önceki soru ve cevap sayfaları değiştirilmemiştir.
kaynaklar.net