



ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

9. Sınıf

MATEMATİK

CEVAP ANAHTARI

İÇİNDEKİLER

3

MAT.9.3.2. Algoritmik yapılar içerisindeki mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri çözümleyebilme

- a) Algoritmik yapılar içerisinde kullanılan mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri belirler.
- b) Algoritmik yapılar ile mantık bağlaçları ve niceleyiciler arasındaki ilişkileri belirler.

7

MAT.9.3.3. Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritmalarda kullanımına yönelik edindiği deneyimi farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtabilme

- a) Karşılaştığı algoritmalarındaki mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımını gözden geçirir.
- b) Matematiksel problem çözme, doğrulama ve ispat süreçlerinde mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımına yönelik çıkarımlar yapar.
- c) Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiksel dil ve sembolizmin yalınlık ve kesinliğindeki rolünü değerlendirir.

10

MAT.9.6.1. Tek nicel değişkenli veri dağılımları ile çalışabilme ve tek nicel değişken içeren veriye dayalı karar verebilme

- a) Nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- b) Bağlam içerisinde nicel veri dağılımlarını betimleyen ve karşılaştıran araştırma soruları oluşturur.
- c) Nicel verileri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- ç) Nicel verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- d) Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri analiz etmek için görselleştirme (nokta grafiği, histogram, kutu grafiği) ve/veya özetleme [aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değer (mod), açıklık, çeyrekler açıklığı, standart sapma] araçlarından uygun olanı seçer.
- e) Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- f) Nicel veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırma sonucu elde edilen çıktılarından hareketle verilerin arasını ve ötesini yorumlayarak sonuç çıkarır.
- g) Nicel veriye dayalı araştırmadan elde edilen sonuçları, araştırma sorusu bağlamında değerlendirir.

16

MAT.9.6.2. Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

- a) Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- b) Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik hataları ya da yanlışlıkları tespit eder.
- c) Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumları çürütür ya da kabul eder.

18

MAT.9.7.1. Olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin edebilme

- a) Olayların olasılığını deney yoluyla veri toplayarak istenen olayların göreceli sıklıklarıyla ilişkilendirir.
- b) Deneye ait tekrar sayısı ile deneyin çıktılarının göreceli sıklıklarının ilişkisine yönelik çıkarım yapar.
- c) Çıkarımlardan hareketle yargıda bulunur.

20

MAT.9.7.2. Olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilme

- a) Olayların olasılığını teorik olarak incelemeye/hesaplamaya yönelik tüm olası durumları farklı gösterimler (sistematiik liste, tablo, ağaç şeması gibi) ile gözlemler.
- b) Olayların olasılığını teorik olarak incelemeye/hesaplamaya yönelik matematiksel ilişkilere ulaşır.
- c) Olayların deney yoluyla hesaplanan/elde edilen olasılık değerinin teorik olasılık ile hesaplanan değeri arasındaki ilişkiye yönelik genelleme yapar.

YAŞANABİLİR BÖLGE

Güneş sisteminin dışındaki gezegenlere ötegezegenler denir. Ötegezegenleri keşfetmek ve özelliklerini belirlemek için yapılan araştırmaların temel amacı Güneş sisteminin dışında da canlıların yaşayıp yaşayamadığını anlamaktır. Bir yıldızın etrafında sıvı suyun varlığı için uygun sıcaklık koşullarının bulunduğu bölgelere yaşanabilir bölge denir. Güneş sisteminin dışında çok sayıda yıldız sistemi ve ötegezegen olduğu için yaşanabilir bölgelerle ilgili araştırmaların hangi yıldız sistemlerine ve bunların hangi bölgelerine yoğunlaştırılacağından önceden belirlenmesi gerekir.



Bir uzay ajansı, keşfedilen ötegezegenlerin yaşam araştırmalarına uygunluğunu belirlemek için matematiksel ve algoritmik bir değerlendirme sistemi geliştirmiştir. Bu sistem, öte gezegenlere ait bazı fiziksel değişkenleri kullanarak yaşam araştırmalarına uygunluk düzeyini sınıflandırmaktadır.

Bir ötegezegenin değerlendirmeye alınabilmesi için aşağıdaki koşulların tamamını sağlaması gerekir:

- Ortalama yüzey sıcaklığı -10°C ile 40°C arasında olmalıdır.
- Atmosfer yoğunluk katsayısı 1 olmalıdır.
- Yüzeyinde sıvı hâlde su bulunma olasılığı %60'tan az olmamalıdır.
- Ötegezegenin yıldızına olan uzaklığı, yaşanabilir bölge aralığında olmalıdır.

Bu koşulları sağlamayan ötegezegenler değerlendirmeye alınmamaktadır. Koşulları sağlayan ötegezegenler için,

- Yüzeyinde sıvı hâlde su bulunma olasılığı %60'tan %80'e kadar olanların yaşam araştırmalarına uygunluk düzeyi A, %80 ve üzeri olanların yaşam araştırmalarına uygunluk düzeyi B olarak kabul edilir.

1. Keşfedilen ötegezegenlere verilen isimler ile bu ötegezegenlere ait ortalama yüzey sıcaklığı ($^{\circ}\text{C}$), atmosfer yoğunluk katsayısı, sıvı hâlde suyun bulunma olasılığı (%), ötegezegenlerin yıldızına olan uzaklığının yaşanabilir bölgede olup olmadığı (yaşanabilir bölgede ise 1, değilse 0) hakkında veriler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Ötegezegenler ile İlgili Verilerin Dağılımı

Ötegezegenler	Ortalama Yüzey Sıcaklığı ($^{\circ}\text{C}$)	Atmosfer Yoğunluk Katsayısı	Sıvı Hâlde Su Bulunma Olasılığı (%)	Yaşanabilir Bölgede	Değerlendirmeye Alınmayan	Değerlendirmeye Alınan	
						Uygunluk Düzeyi A	Uygunluk Düzeyi B
P1	18	1	82	1			✓
P2	-15	1	75	1	✓		
P3	22	0,95	88	1	✓		
P4	35	1	65	0	✓		
P5	10	1	58	1	✓		
P6	28	1	90	1			✓
P7	-5	1	70	1		✓	
P8	42	1	85	1	✓		

- a) Ötegezegenlerden değerlendirmeye alınmayanlar ile değerlendirmeye alınanların hangi uygunluk düzeyinde olduğunu Tablo 1 üzerinde gösteriniz.

b) "Bazı ötegezegenlerin atmosfer yoğunluk katsayısı 1 dir." önermesi veriliyor.

Bu koşulu sağlayan ötegezegenleri yazınız.

P1, P2, P4, P5, P6, P7, P8

2. Tablo 2 de ötegezegenlerle ilgili koşul içeren sözel ifadeleri mantık bağlaçları ile ifade ediniz.

Tablo 2: Koşulun Sözel İfadesi ile Koşulun Mantık Bağlaçları ile İfadesi

Koşulun Sözel İfadesi	Koşulun Mantık Bağlacıyla İfadesi
Ortalama yüzey sıcaklığı uygun aralıkta olanlar ve atmosfer yoğunluk katsayısı 1 olanlar	$(-10^{\circ}\text{C} < \text{Ortalama yüzey sıcaklığı} < 40^{\circ}\text{C}) \wedge (\text{Atmosfer yoğunluk katsayısı} = 1)$
Sıvı hâlde su bulunma olasılığı %60 tan az olanlar veya yaşanabilir bölgede bulunanlar	$(\text{Sıvı hâlde su bulunma olasılığı} < \%60) \vee (\text{Yaşanabilir bölgede})$
Değerlendirme dışı kalanlar ve atmosfer yoğunluk katsayısı 1 olmayanlar	$(\text{Değerlendirme dışı}) \wedge (\text{Atmosfer yoğunluk katsayısı} \neq 1)$
Sıvı hâlde su bulunma olasılığı %60 tan %80 e kadar olanlar ya da ortalama yüzey sıcaklığı -10°C ile 40°C arasında olanlar	$(\%60 \leq \text{Sıvı hâlde su bulunma olasılığı} < \%80) \vee (-10^{\circ}\text{C} < \text{Ortalama yüzey sıcaklığı} < 40^{\circ}\text{C})$
Yüzeyinde sıvı hâlde su bulunma olasılığı %60 tan az ise değerlendirme dışı kalır.	$(\text{Yüzeyinde sıvı hâlde su bulunma olasılığı} < \%60) \Rightarrow (\text{Değerlendirme dışı})$
Sıvı hâlde su bulunma olasılığı %60 tan %80 e kadar olanlar ve uygunluk düzeyi A olanlar	$(\%60 \leq \text{Sıvı hâlde su bulunma olasılığı} < \%80) \wedge (\text{Uygunluk düzeyi A})$

3. Araştırmacılar değerlendirmeye alınan ötegezegenlerin listesini yapmak için algoritmik bir yapı oluşturacaklardır.

a) Algoritmik yapıyı ortaya koymak için listede yer alacak ötegezegenleri belirleyen koşulu, mantık bağlaçları ile ifade ediniz.

$[(-10^{\circ}\text{C} < \text{Ortalama yüzey sıcaklığı} < 40^{\circ}\text{C}) \wedge (\text{Atmosfer yoğunluk katsayısı} = 1) \wedge (\text{Ötegezegenin yıldızına olan uzaklığı, yaşanabilir bölge aralığında}) \wedge (\text{Yüzeyinde sıvı hâlde su bulunma olasılığı} \geq \%60)] \Rightarrow (\text{Ötegezegen değerlendirmeye alınır.})$

b) Algoritmada bulunan koşulun algoritmanın işleyişindeki rolünü açıklayınız.

“ve” bağlacı, iki veya daha fazla önermenin hepsinin doğru olup olmadığını kontrol eder. Algoritmada ortalama yüzey sıcaklığının -10°C ile 40°C arasında olması, atmosfer yoğunluk katsayısının 1 olması, yüzeyinde sıvı hâlde su bulunma olasılığının %60 tan az olmaması, yıldızına olan uzaklığının yaşanabilir bölge aralığında olması özelliklerinin tümünü sağlayan ötegezegenlerin listelenmesini sağlar. “ise” bağlacı ötegezegenin değerlendirmeye alınması için bahsedilen dört koşulun bulunması gerektiğini ifade eder.

4. Bir uzay araştırma merkezinde keşfedilen ötegezegenlerin yaşam açısından uygunluk durumunu değerlendiren bir algoritma hazırlanmıştır. Algoritmaya girilecek veriler aşağıda verilmiştir.

P: Ötegezegenin adı

s: Ötegezegenin ortalama yüzey sıcaklığı ($^{\circ}\text{C}$)

k: Atmosfer yoğunluk katsayısı

d: Ötegezegenin yıldızına olan uzaklığı (yaşanabilir bölgede ise 1, değilse 0)

o: Ötegezegenin üzerinde sıvı hâlde su bulunma olasılığı (%)

Algoritma, girilen bu değerlere göre ötegezegenin değerlendirmeye alınıp alınmayacağına karar verecek eğer değerlendirmeye alınırsa uygunluk düzeyini ekranda gösterecektir.

Buna göre algoritmanın işleyişini algoritmik doğal dil ve akış şemasıyla ifade ediniz.

ALGORİTMİK DOĞAL DİL

1. adım: Başla.

2. adım: Veri Girişi

Ötegezegenin adını (P), ortalama yüzey sıcaklığını (s), atmosfer yoğunluk katsayısını (k), ötegezegenin yıldızına olan uzaklığını (d), sıvı hâlde su bulunma olasılığını (o) gir.

3. adım: Ortalama Yüzey Sıcaklığı Kontrolü

Eğer $-10 < s < 40$ ise 4. adıma git, değilse 7. adıma git.

4. adım: Atmosfer Yoğunluk Katsayısı Kontrolü

Eğer $k=1$ ise 5. adıma git, değilse 7. adıma git.

5. adım: Ötegezegenin Yıldızına Olan Uzaklık Kontrolü

Eğer $d=1$ ise 6. adıma git, değilse 7. adıma git.

6. adım: Sıvı Hâlde Su Bulunma Olasılığı Kontrolü 1

Eğer $o < 60$ ise 7. adıma git, değilse 8. adıma git.

7. adım: Değerlendirmeye Alınmayacak Ötegezegenlerin İsimlerinin Yazdırılması

P DEĞERLENDİRMEYE ALINMAYACAK yaz ve 10. adıma git.

8. adım: Sıvı Hâlde Su Bulunma Olasılığı Kontrolü 2

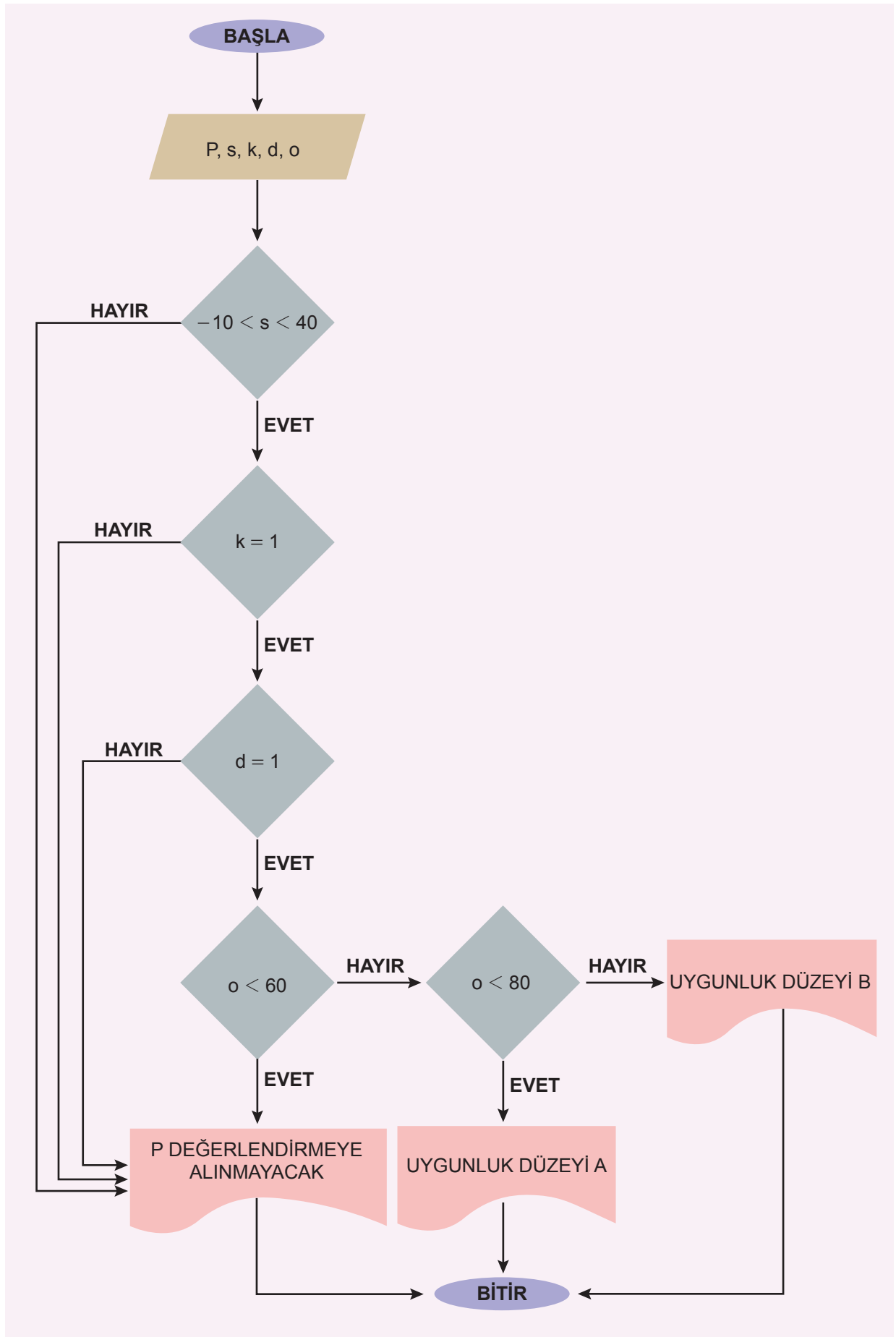
Eğer $o < 80$ ise UYGUNLUK DÜZEYİ A yaz ve 10. adıma git, değilse 9. adıma git.

9. adım: Sıvı Hâlde Su Bulunma Olasılığı Kontrolü 3

UYGUNLUK DÜZEYİ B yaz ve 10. adıma git.

10. adım: Bitir.

AKIŞ ŞEMASI



AKILLI KOMBİ

Bir teknoloji firması, enerji tasarrufu ve can güvenliğini ön planda tutan bir “Akıllı Kombi Kontrol Ünitesi” tasarlamıştır. Sistemin çalışma prensipleri aşağıda verilmiştir.

- **Güvenlik kilidi (Kritik):** Sistemde gaz kaçağı tespit edilirse diğer hiçbir şarta bakılmaksızın kombi çalışmaz ve kendini kilitlet.
- **Donma koruması (İstisna):** Ortam sıcaklığı 5°C un altına düşerse evde kimse olmasa bile tesisatı korumak için kombi doğrudan çalışır.
- **Konfor modu (Genel durum):** Ortam 20°C tan düşükse ve evde bir hareket tespit edilmişse kombi çalışır.
- **Sistem beyanı:** Firma, kış mevsimi boyunca en az bir kez donma korumasının veya konfor modunun aktifleştireceğini belirtmektedir.

1. Akıllı kombi kontrol ünitesinin düzgün çalışmasını sağlayan algoritmanın sözde kodla ifade edilebilmesi için gerekli olan girdi bilgilerini yazınız.

Girdi: Gaz kaçağı durumu, ortam sıcaklığı ve hareket bilgisi

2. Akıllı kombi kontrol ünitesinin düzgün çalışmasını sağlayan algoritmaya ait algoritmik doğal dili inceleyerek boşlukları tamamlayınız.

1. adım: Başla

2. adım: Gaz Kaçağı Kontrolü

Gaz kaçağını kontrol et. Sistemde gaz kaçağı varsa, kombiyi kilitle ve 1. adıma dön, değilse 3. adıma geç.

3. adım: Isı Kontrolü 1

Ortam sıcaklığı 5°C tan düşük ise 7. adıma git, değilse 4. adıma geç.

4. adım: Isı Kontrolü 2

Ortam sıcaklığı 20°C tan düşük ise 5. adıma geç, değilse 6. adıma geç.

5. adım: Hareket Tespiti

Evde bir hareket tespit edilirse 7. adıma geç.

6. adım: Döngü

Beklemede kal, 3. adıma dönerek kontrolleri tekrarla.

7. adım: Kombi Çalışması

Kombiyi çalıştır.

8. adım: Bitir.

3. Akıllı kombi kontrol ünitesinin çalışma prensibini veren ifade aşağıda verilmiştir.

Gaz kaçağı yok [ortam sıcaklığı $< 5^{\circ}\text{C}$ (ortam sıcaklığı $< 20^{\circ}\text{C}$ evde bir hareket var)] kombi çalışır.

a) Bu ifadedeki boşluklara mantık bağlaçlarını sistemi düzgün çalıştıracak şekilde yerleştirerek önermenizi oluşturunuz.

Gaz kaçağı yok $\wedge$ [ortam sıcaklığı $< 5^{\circ}\text{C}$ $\vee$ (ortam sıcaklığı $< 20^{\circ}\text{C}$ $\wedge$ evde bir hareket var)] $\Rightarrow$ kombi çalışır

b) Oluşturduğunuz önermede kullandığınız mantık bağlaçlarına neden ihtiyaç duyduğunuzu açıklayınız.

“ve” bağlacı bağladığı önermelerin her ikisinin de doğru olması durumunda komutun yerine getirilmesini sağlar.

“veya” bağlacı bağladığı önermelerden en az birinin doğru olmasının yeterli olduğu durumlar için kullanılır.

“ise” bağlacı koşulun sağlanması durumunda komutun yerine getirilmesini sağlar.

4. Bir yazılımcı, algoritmanın çalışması için aşağıdaki önermeyi kodlamıştır:

$[(\text{ortam sıcaklığı} < 5^{\circ}\text{C}) \wedge (\text{evde bir hareket var})] \Rightarrow \text{kombi çalışır}$

Bu durumda ev boşken ortam sıcaklığı -6°C a düşerse yazılımcının kodladığı algoritmaya göre kombinin çalışıp çalışmayacağına karar veriniz.

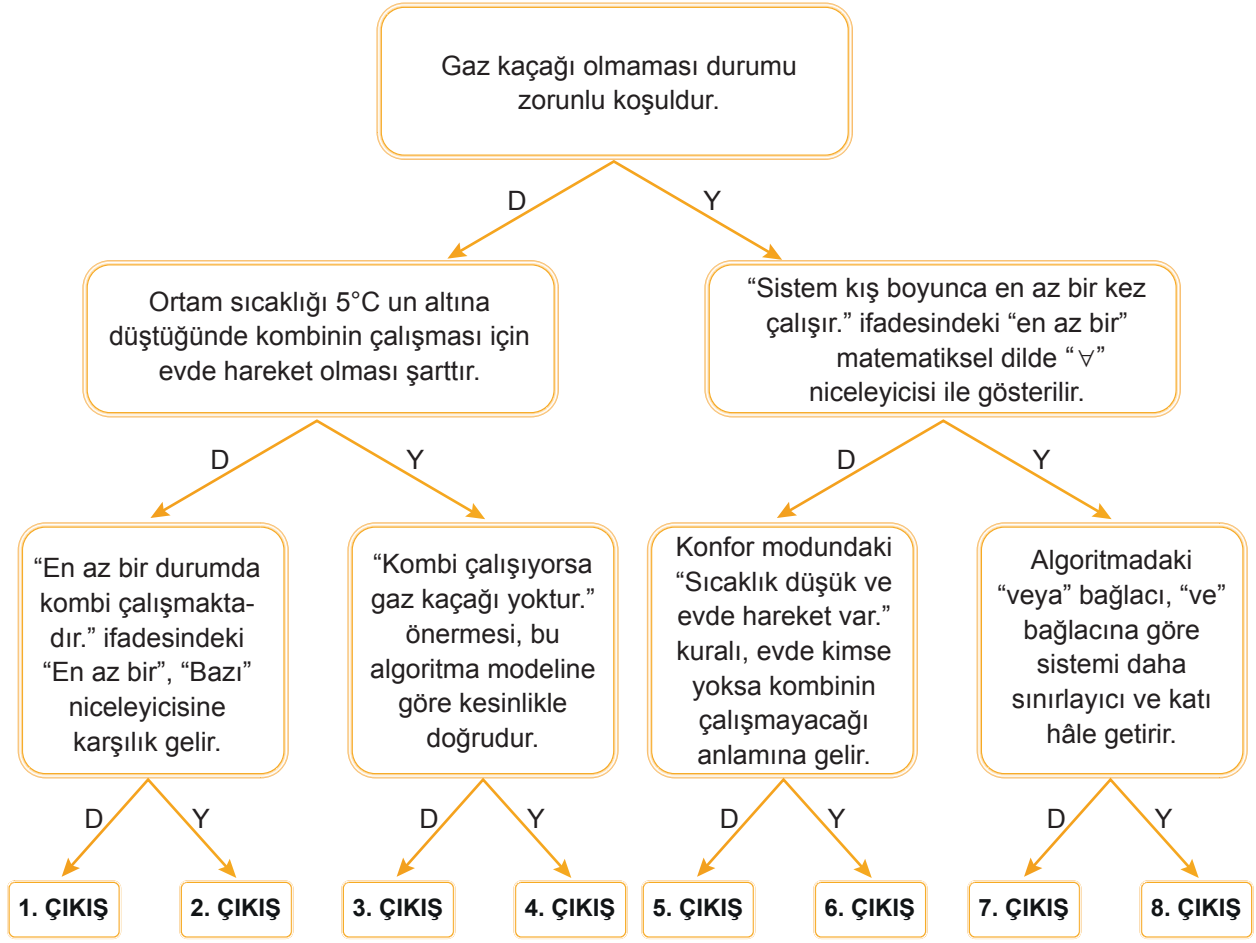
“ve” bağlacına bağlı olarak her iki koşulun da sağlandığı durumda kombinin çalışması beklenmektedir. Bu durumda kodlanan önermeye göre -6°C sıcaklıkta ve ev boşken kombi “ve” bağlacının kullanımı sebebiyle çalışmayacaktır.

5. “Kombi çalışıyorsa evde kesinlikle bir hareket vardır.” önermesi veriliyor.

Akıllı kombi kontrol ünitesinin çalışma prensibine göre bu önermenin doğruluğuna karar vererek gerekçesini açıklayınız.

“Kombi çalışıyorsa evde hareket vardır” önermesi yanlıştır. Çünkü donma koruması durumunda evde hareket olması şartı aranmamaktadır.

6. Aşağıda akıllı kombi kontrol ünitesinin çalışmasını sağlayan algoritma ile ilgili bazı ifadeler verilmiştir. Bu ifadelerin her biri için Doğru (D) ya da Yanlış (Y) seçeneklerinden uygun olanı işaretleyiniz. İlk sorudan başlayarak verdiğiniz cevaplara göre ilerleyecek ve sonunda sekiz farklı çıkış noktasından birine ulaşacaksınız.



a) Hangi çıkışa ulaştığınızı yazınız.

3. ÇIKIŞ

b) Çıkışa ulaşırken karşılaştığınız yanlış ifadelerin doğrusunu yazınız.

Donma koruması için hareket şartı yoktur.

Bir lisede her sene “Millî Teknoloji Parkı” adı altında, öğrencilerin fikirlerini projeye dönüştürdüğü ve proje oluşturulurken alınan kararların nicel verilere dayandırıldığı bir üretim alanı oluşturulmaktadır. Millî Teknoloji Parkı’nda Robotik, Yenilenebilir Enerji, Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyeleri bulunmaktadır.

Dönem sonunda her atölye, projelerinin üretim maliyetlerini raporlamaktadır. Okul idaresi tarafından gelecek dönem için ayrılan bütçe 120 000 TL olduğundan tüm projeler desteklenemeyecektir. Bu sebeple desteklenecek projelerin belirlenmesi için yapılan toplantıda iki görüş öne çıkmıştır.

- Robotik pahalıdır, desteği azaltılmalıdır.
- Yenilenebilir Enerji maliyet açısından daha dengelidir, bu nedenle daha tercih edilebilirdir.

Okul idaresi, bu görüşlerdeki gibi sezgiye dayalı değerlendirmeler yerine; verilerin merkezinin nereye eğilim gösterdiğinin, nasıl yayıldığının, hangi aralıkta veya değerde yoğunlaştığının analiz edildiği, nicel verilere dayalı değerlendirmeler yapılmasını istemektedir.

Atölyelerdeki proje sayıları ve projelerin üretim maliyetleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Atölyelerin Proje Sayıları ve Üretim Maliyetleri

Atölyeler	Proje Sayısı	Üretim Maliyetleri (TL)
Robotik	14	9200, 4200, 15 000, 7000, 5200, 24 000, 10 000, 8500, 12 500, 5000, 6100, 11 000, 7600, 13 500
Yenilenebilir Enerji	12	6500, 3500, 4500, 3000, 5200, 4000, 4800, 3500, 4500, 3700, 5600, 4300
Yazılım ve Akıllı Sistemler	13	4500, 2000, 6000, 3500, 5000, 3200, 6500, 2500, 4200, 5000, 3800, 3000, 5000

1. Robotik atölyesindeki projelerden birinin üretim maliyeti 24 000 TL olarak hesaplanmıştır.

Bu değerin veri seti içerisindeki anlamını yazınız.

Veri setinin genel dağılımından belirgin şekilde uzak olduğu için aykırı değerdir.

2. Okul idaresi, araştırmanın başlangıcında “Millî Teknoloji Parkı’nda Robotik, Yenilenebilir Enerji, Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyelerinde geliştirilen projelerin üretim maliyetlerinin dağılımı nasıldır?” sorusunu hazırlamıştır.

Bu soruyu istatistiksel araştırma sorusunda bulunması gereken ölçütlere göre inceleyiniz.

a) Amaç açık mıdır?

Evet, açıktır. Araştırmanın amacı, projelerin maliyetlerini yalnızca tek tek incelemek değil; bu maliyetlerin nasıl dağıldığını, hangi değerlerde yoğunlaştığını ve ne kadar değişkenlik gösterdiğini belirlemektir. Bu amaç, bütçenin verimli kullanılmasıyla doğrudan ilişkilidir ve açık bir şekilde ifade edilmiştir.

b) Araştırmaya değer midir?

Evet, araştırmaya değerdir. Çünkü sınırlı bir bütçe ile en uygun projelerin seçilmesi için maliyetlerin dağılımını bilmek gereklidir. Bu durum doğrudan karar verme sürecini etkiler.

c) İlgilenilen grup (evren) açıkça görölmekte midir?

Evet, görölmektedir. Araştırma Millî Teknoloji Parkı'nda yer alan Robotik, Yenilenebilir Enerji, Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyelerinde geliştirilen projeleri kapsamaktadır. Bu yönüyle evren açık bir şekilde belirtilmiştir.

ç) Değişken açıkça görölmekte midir?

Evet, görölmektedir. Araştırmadaki değişken projelerin üretim maliyetidir. Bu değişken tek nicel değişkendir ve açıkça ifade edilmiştir.

d) Veri toplanarak cevaplanabilir mi?

Evet, cevaplanabilir. Projelerin üretim maliyetleri TL cinsinden ölçülerek veri toplanabilir ve bu veriler üzerinden dağılım incelenebilir.

e) Değişebilirliği yansıtmakta mıdır?

Evet, yansıtmaktadır. Projelerin maliyetleri birbirinden farklıdır.

f) Odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkân vermekte midir?

Evet, vermektedir. Belirli atölyelerde geliştirilen projeler üzerinden veri toplanabilir ve bu veriler analiz edilebilir.

g) Nicel veri toplamayı gerektirir mi?

Evet, gerektirir. Üretim maliyetleri sayısal olarak ifade edildiği için nicel veri toplanması gerekmektedir.

3. Robotik atölyesinin projelerinin üretim maliyetleri nasıl bir eğilim göstermektedir? 24 000 TL lik değerin bu eğilime etkisini inceleyiniz.

Veriler küçükten büyüğe doğru sıralanır.

4200, 5000, 5200, 6100, 7000, 7600, 8500, 9200, 10 000, 11 000, 12 500, 13 500, 15 000, 24 000

Verilerin toplamı = 138 800

$$\text{Aritmetik ortalama} = \frac{\text{Verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

$$= \frac{138\,800}{14}$$

$$= 9914,29 \approx 9914 \text{ TL}$$

$$\text{Ortanca} = \frac{8500 + 9200}{2} \text{ (Veri sayısı çift olduğu için ortadaki iki değerin ortalaması alınır.)}$$
$$= 8850 \text{ TL}$$

Veri setinde tekrar eden bir değer bulunmadığından maliyetler belirli bir değer üzerinde yoğunlaşmamaktadır.

Robotik atölyesindeki proje maliyetleri incelendiğinde, değerlerin büyük bir kısmının orta seviyelerde (yaklaşık 6000 TL – 12 000 TL aralığında) toplandığı görülmektedir. Bu durum, atölyede genellikle benzer maliyetli projelerin üretildiğini göstermektedir.

Ancak veri setinde yer alan 24 000 TL lik maliyet değeri, diğer proje değerlerine göre oldukça yüksek olup veri setinin genel yapısından belirgin şekilde ayrılmaktadır. 24 000 TL lik aykırı değer veri setinden çıkarılıp aritmetik ortalama 13 veri üzerinden tekrar hesaplandığında $8830,77 \approx 8831$ bulunur. $9914 - 8831 = 1083$ TL lik büyük bir fark olduğu görülür. Bu aykırı değer, aritmetik ortalamayı yükselterek dağılımın genel eğilimini olduğundan daha yüksek göstermektedir. Bu nedenle Robotik atölyesinin maliyet yapısı değerlendirilirken yalnızca aritmetik ortalama değil ortanca da dikkate alınmalıdır.

Ortanca sadece ortadaki değerden etkilendiği için 24 000 TL lik aykırı değer ortanca üzerinde büyük bir etkiye sahip olmaz. İlk durumda ortanca değeri 8850 iken 24 000 TL lik değer çıkarıldığında veri setinde 13 değer kaldığından, veri seti küçükten büyüğe sıralandığında ortadaki değer olan 8500 TL ortanca olur. Ortanca sadece 350 TL değişmiştir.

Aykırı değerler aritmetik ortalamayı daha çok, ortancayı ise daha az etkilemiştir.

4. Her bir atölye için projelerin en yüksek ve en düşük üretim maliyet değerleri arasındaki farkı TL cinsinden hesaplayınız.

Robotik: $24\,000 - 4200 = 19\,800$ TL

Yenilenebilir Enerji: $6500 - 3000 = 3500$ TL

Yazılım ve Akıllı Sistemler: $6500 - 2000 = 4500$ TL

5. Aşağıdaki tabloda Yenilenebilir Enerji, Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyelerindeki projelerin üretim maliyetlerinin aritmetik ortalaması, ortalama mutlak sapması ve standart sapmasının yaklaşık değerleri verilmiştir.

Tablo: Atölyelerdeki Projelerin Aritmetik Ortalaması, Ortalama Mutlak Sapması ve Standart Sapmasının Yaklaşık Değerleri

Atölye	Aritmetik Ortalama (TL)	Ortalama Mutlak Sapma (TL)	Standart Sapma (TL)
Yenilenebilir Enerji	4425	758	996
Yazılım ve Akıllı Sistemler	4169	1079	1334

Yenilenebilir Enerji, Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyelerindeki üretim maliyetlerinin yayılımlarını karşılaştırarak açıklayınız.

Aritmetik ortalama, veri grubunun merkezini gösterirken; ortalama mutlak sapma ve standart sapma, bu merkez etrafındaki yayılım hakkında bilgi verir. Ortalama mutlak sapma, verilerin ortalamadan uzaklıklarını eşit şekilde dikkate alırken; standart sapma, uzaklığı fazla olan değerleri daha fazla etkilediği için veri grubundaki yayılımı daha hassas biçimde ölçer. Bu nedenle standart sapmanın ortalama mutlak sapmadan daha büyük olması, veri grubunda ortalamadan uzak değerlerin bulunduğunu ve bu değerlerin yayılımı artırdığını gösterir.

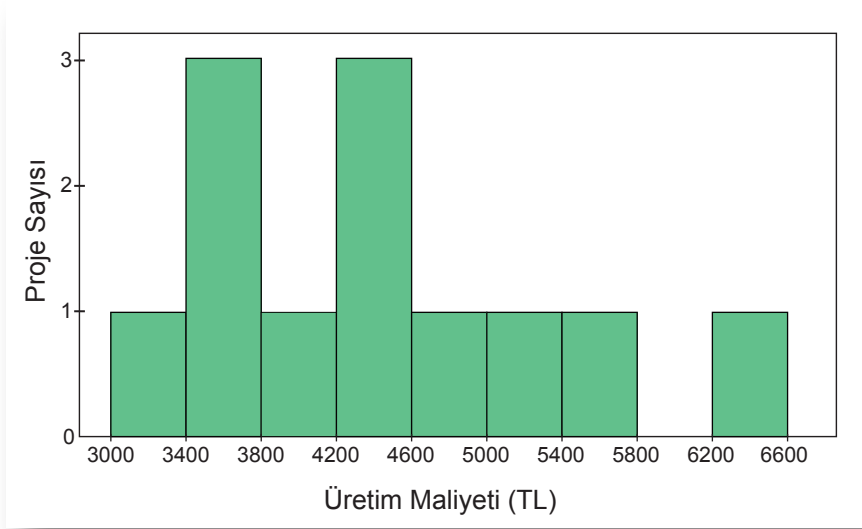
Yenilenebilir Enerji atölyesinde ortalama mutlak sapma ve standart sapma değerlerinin düşük olması, maliyetlerin ortalama etrafında yoğunlaştığını ve dağılımın daha dengeli olduğunu göstermektedir. Ayrıca bu iki ölçü arasındaki farkın görece daha küçük olması, ortalamadan çok uzak değerlerin fazla olmadığını ve veri grubunun daha homojen bir yapıya sahip olduğunu ifade eder.

Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyesinde ise hem ortalama mutlak sapma hem de standart sapma değerlerinin daha yüksek olması, maliyetlerin ortalamadan daha fazla uzaklaştığını ve dağılımın daha geniş olduğunu göstermektedir. Bunun yanında standart sapma ile ortalama mutlak sapma arasındaki farkın daha büyük olması, bazı değerlerin ortalamadan oldukça uzak olduğunu ve bu değerlerin yayılımı önemli ölçüde artırdığını ortaya koyar.

Her iki atölyenin ortalamalarının birbirine yakın olmasına rağmen yayılım ölçülerinin ve bu ölçüler arasındaki farkların farklı olması, yalnızca aritmetik ortalamaya bakılarak sağlıklı bir yorum yapılamayacağını göstermektedir. Bu nedenle veri dağılımını değerlendirirken hem yayılım ölçülerinin büyüklüğü hem de bu ölçüler arasındaki fark birlikte dikkate alınmalıdır.

6. Yenilenebilir Enerji atölyesindeki ait proje sayısı ve üretim maliyetlerinin histogramı aşağıda verilmiştir.

Grafik: Yenilenebilir Enerji Atölyesindeki Proje Sayısı ve Projelerin Üretim Maliyetleri



Grafiğe göre frekansı 3 olan projelerin maliyet aralıklarını yazınız.

Histogram grafiğine göre üç projenin bulunduğu maliyet aralıkları:

- 3400 – 3800 TL
- 4200 – 4600 TL

Bu aralıkların her birinde 3 proje bulunmaktadır.

7. Toplam 120 000 TL bütçe ile üretim maliyetleri en düşük olan projelerden başlanarak seçim yapılacaktır.

a) Buna göre en fazla kaç projenin desteklenebileceğini ve hangi atölyeden kaç projenin seçilebileceğini bulunuz.

Toplam bütçe 120 000 TL olarak belirlendiğinden en fazla sayıda proje seçebilmek için projeler maliyeti en düşük olandan başlanarak seçilmelidir.

Üç atölyedeki tüm proje maliyetleri küçükten büyüğe sıralanır:

2000, 2500, 3000, 3000, 3200, 3500, 3500, 3500, 3700, 3800, 4000, 4200, 4200, 4300, 4500, 4500, 4500, 4500, 4800, 5000, 5000, 5000, 5200, 5200, 5600, 6000, 6100, 6500, 6500, 7000, 7600, 8500, 9200, 10 000, 11 000, 12 500, 13 500, 15 000, 24 000

İlk 27 projenin toplam maliyeti 114 300 TL dir.28. proje de eklenirse toplam maliyet 120 800 TL olur ve belirlenen maliyet değerini aşar. Bundan dolayı 28.proje seçilemez.

b) En düşük maliyetli projeleri seçmenin, bir atölyeyi sistematik olarak avantajlı hâle getirip getirmediğini ve bunun nedenlerini, verilerin dağılımıyla ilişkilendirerek açıklayınız. Bütçeye uygun farklı bir seçim yöntemi belirleyiniz.

En düşük maliyetli projeleri seçme yöntemi maliyet dağılımı düşük değerlere yığılmış olan atölyeleri avantajlı duruma getirir. Bu veri setinde Yenilenebilir Enerji ve Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyelerinin düşük maliyetli projeleri daha fazla olduğu için avantajlıdır. Robotik atölyesi ise maliyet değerlerinin daha yüksek değerlere yayılması ve dağılımında çok yüksek değerlerin bulunmasından dolayı daha az projesi seçilmesi nedeniyle dezavantajlı duruma düşmektedir.

Bu dengesiz dağılımın önüne geçmek için,bütçenin bir kısmı düşük maliyetli projelere ayrılırken belirli bir kısmı da yüksek maliyetli ancak stratejik öneme sahip projeler için planlanabilir. Her atölyeden eşit ya da birbirine yakın sayıda proje seçilmesi de alternatif bir yaklaşım olarak değerlendirilebilir.

8. Millî Teknoloji Parkı bağlamı doğrultusunda tek nicel değişkenli veri toplamayı gerektiren birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu yazınız. (Sorularınızı yazarken istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerini dikkate alınız.)

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz: Millî Teknoloji Parkı'nda Yenilenebilir Enerji atölyesinde geliştirilen projelerin üretim maliyetleri kaç TL'dir ve bu maliyetler hangi aralıkta yoğunlaşmaktadır?

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz: Millî Teknoloji Parkı'nda Robotik ve Yazılım ve Akıllı Sistemler atölyelerinde geliştirilen projelerin üretim maliyetleri karşılaştırıldığında, hangi atölyede maliyetler daha düşük ve daha dengeli dağılmaktadır?

HAVA KALİTESİ

9. sınıf öğrencilerinden oluşan bir proje ekibi, dersin ilerleyen dakikalarında görülen dikkat azalması ve uyku hâlinin sınıf içindeki hava kalitesiyle ilişkili olup olmadığını incelemek için bir araştırma başlatmıştır. Proje ekibi, fen laboratuvarındaki karbondioksit (CO_2) ölçüm cihazını kullanarak 9/A ve 9/B sınıflarında aynı ders sırasında ölçümler yapılmıştır. Dersin 10, 30 ve 40. dakikalarında yapılan ölçümlerin CO_2 değerleri ppm cinsinden aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: 9/A ve 9/B Sınıflarındaki Ölçüm Zamanına Göre CO_2 Değerleri

Kayıt No	Sınıf	Ölçüm Zamanı	CO_2 (ppm)
1	9/A	10. dk.	820
2	9/A	30. dk.	1210
3	9/A	40. dk.	1460
4	9/B	10. dk.	760
5	9/B	30. dk.	990
6	9/B	40. dk.	1120

1. Bu araştırmada ölçülen tek nicel değişkeni ve birimini yazınız.

Değişken: CO_2 değeri

Birim: ppm

2. Dikkat azalması ve uyku hâlinin sınıf içi hava kalitesiyle ilişkili olup olmadığını belirlemek için neden istatistiksel araştırma gerektirir? Açıklayınız.

Sınıf içi hava kalitesi tek bir ölçümle değerlendirilemez. Farklı zamanlarda ve farklı koşullarda yapılan ölçümlerin toplanması, düzenlenmesi ve analiz edilmesi gerekir. Bu süreçte elde edilen veriler ortalama, yayılım ve eğilim gibi istatistiksel yöntemlerle incelenerek daha güvenilir sonuçlara ulaşılır. Dolayısıyla sınıf içi hava kalitesinin doğru biçimde değerlendirilebilmesi için veriye dayalı ve çoklu ölçümler içeren istatistiksel bir araştırma yapılması gerekir.

3. Tablodaki verilere dayanarak tek nicel değişken için birer adet betimleyen ve karşılaştıran istatistiksel araştırma sorusu yazınız. (Sorularınızı yazarken istatistiksel araştırma sorusu ölçütlerini dikkate alınız.)

Betimleyen istatistiksel araştırma sorunuz:

Tablodaki ölçümlere göre CO_2 (ppm) değerlerinin en küçük ve en büyük değeri nedir?

Karşılaştıran istatistiksel araştırma sorunuz:

9/A ve 9/B sınıflarında aynı dersin 40. dakikasında ölçülen CO_2 (ppm) değerleri karşılaştırıldığında hangi sınıfın CO_2 (ppm) değeri daha yüksektir?

4. Aşağıda verilen ifadelerin doğru olduğunu düşünüyorsanız (D), yanlış olduğunu düşünüyorsanız (Y) yazınız. Yanlış olduğunu düşündüğünüz ifadenin doğrusunu yazınız.

a) 9/A sınıfında CO₂ değeri 10. dakikadan 30. dakikaya kadar 390 ppm değişmiştir. (D)

b) 9/B sınıfında CO₂ değeri 30. dakikadan 40. dakikaya kadar 250 ppm değişmiştir. (Y)

9/B sınıfında CO₂ 30 dakikadan 40. dakikaya kadar 130 ppm değişmiştir.

c) 40. dakikada 9/A ile 9/B arasındaki CO₂ farkı 300 ppm dir. (Y)

40. dakikada 9/A ile 9/B arasındaki CO₂ farkı 340 ppm dir.

ç) 10. dakikadan 40. dakikaya kadar toplam değişim 9/A da 640 ppm dir. (D)

d) Bu ölçümlere göre her iki sınıfta da ders ilerledikçe CO₂ (ppm) değeri artma eğilimindedir. (D)

5. Proje ekibinin, 9/A sınıfında CO₂ (ppm) ölçümlerinden oluşan daha geniş bir veri seti elde etmek için kısa aralıklarla yaptığı 10 ölçümün sonucu aşağıda verilmiştir.

1380, 950, 1450, 1600, 1210, 1020, 1750, 1450, 1300, 1100

Bu veri setinin;

a) Açıklık değerini bulunuz.

$$1750 - 950 = 800$$

b) Tepe değerini bulunuz.

$$1450$$

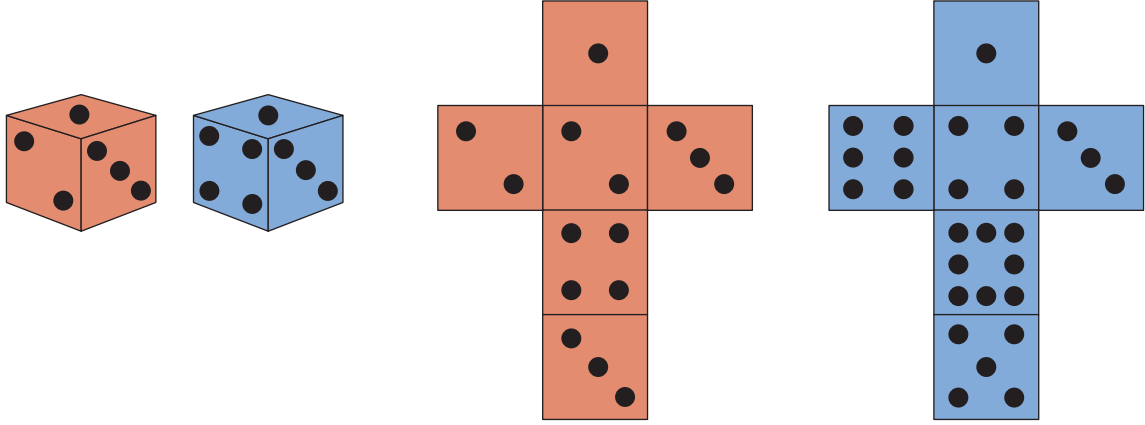
c) Medyanını bulunuz.

$$(1300 + 1380) : 2 = 1340$$

ç) Aşağıda verilen aralıklara göre ölçümlere ait frekans tablosunu doldurunuz.

Aralık (ppm)	Frekans
900 - 1099	2
1100 - 1299	2
1300 - 1499	4
1500 - 1699	1
1700 - 1899	1

ÖZEL SAYI KÜPLERİ



Hilesiz özel sayı küpleri, yüzlerinde standart sayı küplerinde olduğu gibi 1 den 6 ya kadar ardışık sayıların bulunmadığı bir sayı küpü çiftidir. Bu sayı küplerinden birincisinin yüzlerinde 1, 2, 2, 3, 3 ve 4 sayıları; ikincisinin yüzlerinde ise 1, 3, 4, 5, 6 ve 8 sayıları yer almaktadır. Bu iki sayı küpü birlikte atıldığında üst yüzlere gelen sayıların toplamlarının dağılımının, iki standart sayı küpünün toplam dağılımı ile aynı olduğu bilinmektedir. Bir öğrenci bu durumu incelemek için hilesiz özel sayı küplerini aynı anda havaya atarak bir deney gerçekleştirmiş ve her atışta üst yüzlere gelen sayıların toplamını kaydetmiştir.

Aşağıdaki tabloda deneyin 50, 500 ve 1000 tekrarında elde edilen toplamaların sıklıkları verilmiştir.

Tablo: Tekrar Sayılarına Göre Sayı Küplerinin Üst Yüzlerine Gelen Sayıların Toplamlarının Sıklığı

Tekrar Sayısı	Sayı Küplerinin Üst Yüzlerine Gelen Sayıların Toplamları										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
50	1	3	4	6	8	7	7	6	4	3	1
500	13	28	41	57	71	82	70	58	41	28	11
1000	27	55	83	113	140	166	138	114	83	55	26

1. Toplamın 7 olması olayının görel sıklığını her tekrar sayısı için hesaplayınız.

$$\text{Görel Sıklık} = \frac{\text{Olayın Gerçekleşme Sayısı}}{\text{Deneme Sayısı}}$$

50 tekrar

7 sayısı 7 kez $\frac{7}{50} = 0,14$

500 tekrar

7 sayısı 82 kez $\frac{82}{500} = 0,164$

1000 tekrar

7 sayısı 166 kez $\frac{166}{1000} = 0,166$

2. Bu iki sayı küpü aynı anda atıldığında toplamın 7 olması olayının olasılığı hakkında bir tahminde bulununuz.

Teorik olarak iki sayı küpünün toplamının 7 olma olasılığı $\frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,167$ olduğu için deneysel sonuçlar bu değere yakın çıkmaktadır.

3. Deney tekrar sayısı arttıkça olayların görel sıklıkları hakkındaki çıkarımlarınızı yazınız.

- Görel sıklıkların değişimi azalır.
- Sonuçlar belirli bir değere yaklaşır.
- Deneysel olasılık teorik olasılığa yaklaşır.
- Bu durum büyük sayılar yasası ile açıklanır.

AÇIK HAVA FESTİVALİ

Bir ilçede üç gün sürecek açık hava festivali düzenlenecektir. Festival etkinlikleri açık alanda gerçekleştirileceği için hava durumu önem taşımaktadır. Festival tarihleri boyunca her gün için iki olasılık vardır:

-  Güneşli (G)
-  Yağmurlu (Y)

Meteoroloji birimi, festival süresince hava durumuna ilişkin tüm olası senaryoları inceleyerek organizasyon ekibine bilgi sunacaktır.

Bu incelemede:

- Günlerin hava durumunun birbirinden bağımsız olduğu,
- Güneşli ve yağışlı olma durumlarının eş olasılıklı olduğu

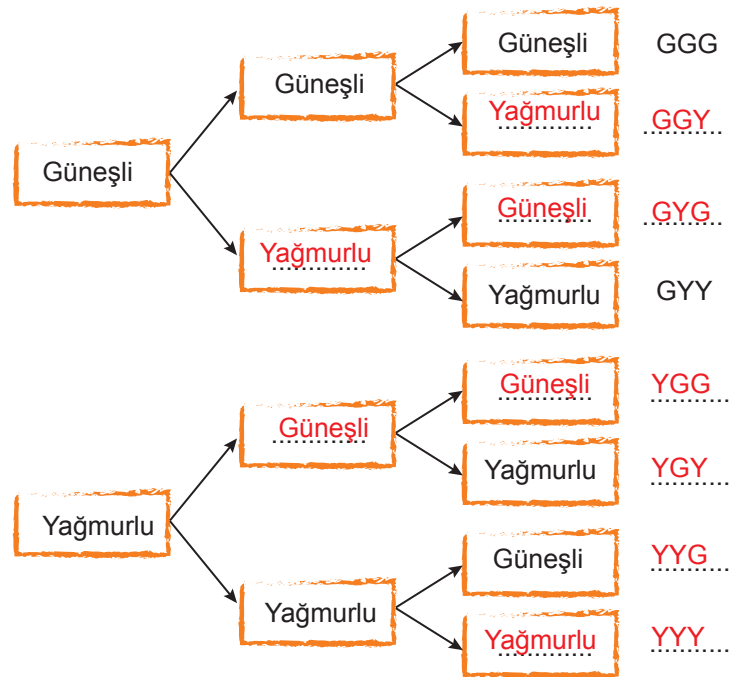
varsayılmaktadır.

1. Üç günlük hava durumuna ait tüm çıktıları liste yöntemi ile oluşturarak örnek uzayın eleman sayısını bulunuz.

- (G, G, G)
- (G, G, Y)
- (G, Y, G)
- (Y, G, G)
- (G, Y, Y)
- (Y, G, Y)
- (Y, Y, G)
- (Y, Y, Y)

Örnek uzayın eleman sayısı 8 dir.

2. Üç günlük hava durumu deneyine ait aşağıdaki ağaç şemasında bazı çıktılar verilmiştir. Bu ağaç şemasında boş bırakılan yerleri doldurunuz.



3. “En az bir gün yağışlı” olayının çıktılarını yazınız ve olasılığını hesaplayınız.

- (G, G, Y)
(G, Y, G)
(Y, G, G)
(Y, Y, G)
(Y, G, Y)
(G, Y, Y)
(Y, Y, Y)

En az bir gün yağışlı olma olasılığı $\frac{7}{8}$ dir.

4. Festivalin üç gününün de güneşli geçme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

5. Festivalin en az 2 gününün yağışlı geçme olayının teorik olasılığını bulunuz.

En az 2 günün yağışlı geçme olayının teorik olasılığı $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ dir.

Festival tarihlerinde son 50 yıl içinde en az 2 günün yağışlı geçtiği yılların sayısını gösteren tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo: Son 50 Yılda En Az 2 Günün Yağışlı Geçtiği Yıl Sayılarının Dağılımı

İncelenen Yıllar	Toplam Yıl Sayısı	“En az 2 gün yağışlı” Geçen Yıl Sayısı (Gerçekleşen)
Son 10 Yıl	10	2
Son 20 Yıl	20	5
Son 30 Yıl	30	10
Son 40 Yıl	40	18
Son 50 Yıl	50	26

Bir sigorta şirketi, festival organizatörüne belirli bir ücret karşılığında yağmur sigortası teklif edecektir.

Festival süresince havanın en az 2 gün yağmurlu geçmesi durumunda şirket, organizatöre belli bir miktar tazminat ödeyecektir.

Bu sigorta şirketinin bir çalışanı geçen sene havanın 3 gün boyunca güneşli geçmesine dayanarak riskin düşük olduğunu bu yüzden talep edecekleri ücretin düşük olması gerektiğini, başka bir çalışan ise teorik olasılığa göre talep edecekleri ücretin yüksek olması gerektiğini söylemiştir.

6. Çalışanların görüşlerine göre bu şirketin talep edeceği ücretin düşük mü yoksa yüksek mi olması gerektiğini matematiksel gerekçelerle açıklayınız.

$$\text{Son 10 yıl} \rightarrow \frac{2}{10} = 0,2$$

$$\text{Teorik olasılık} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Son 20 yıl} \rightarrow \frac{5}{20} = 0,25$$

Deneysel olasılık değeri, teorik olasılık değerine yaklaşmaktadır.

$$\text{Son 30 yıl} \rightarrow \frac{10}{30} = 0,33$$

Talep edilen ücret düşük olmamalıdır.

$$\text{Son 40 yıl} \rightarrow \frac{18}{40} = 0,45$$

$$\text{Son 50 yıl} \rightarrow \frac{26}{50} = 0,52$$

◆ — NOTLAR — ◆

Handwriting practice area with 25 horizontal dotted lines.