ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.1.1. İki nicel değişkenli veri ile çalışabilme ve iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme

MAT.11.1.1. İki nicel değişkenli veri ile çalışabilme ve iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme

a) İki nicel değişkenli veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
b) Bağlam içerisinde iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.
c) İki nicel değişkenli veri toplamak/elde etmek için plan yapar.
ç) İki nicel değişkenli verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
d) Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen iki nicel değişkenli verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme [tablo, serpme diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı] araçlarından uygun olanı seçer.
e) Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
f) İki nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan elde edilen bulguları yorumlayarak sonuç çıkarır.
g) İki nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan elde edilen sonuçları araştırma sorusu bağlamında değerlendirir.

MAT.11.1.1

DÜNYADAKİ OBEZİTE SORUNU

Dünya Sağlık Örgütü (DSÖ) verilerine göre, dünya genelinde obezite oranları son yıllarda ciddi bir artış göstermektedir. Obezite yalnızca bir kilo problemi değil; kalp rahatsızlıkları ve diyabet gibi kronik hastalıkları tetikleyen küresel bir sağlık sorunudur. Bilim insanları ve beslenme uzmanları, ülkelerin beslenme kültürlerini, özellikle de günlük makro besin (karbonhidrat, protein, yağ) tüketim miktarlarını inceleyerek bu artışın arkasındaki temel faktörleri belirlemeye çalışmaktadır. Günlük kişi başı yağ tüketim miktarının artmasının, toplumların obezite oranları üzerinde belirleyici bir etkisi olup olmadığı günümüzde tıp ve istatistik dünyasında en çok tartışılan konulardan biridir.

Aşağıdaki tabloda, bazı ülkelerin Dünya Sağlık Örgütü raporlarından derlenen 2023 yılına ait günlük kişi başı yaklaşık yağ tüketim miktarı (g) ile 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranı (%) verilmiştir.

Tablo: Bazı Ülkelerde Günlük Kişi Başı Yağ Tüketim Miktarı ve Yetişkinlerde Obezite Oranı (2023)

Ülkeler	Günlük Kişi Başı Yağ Tüketim Miktarı (g)	18 Yaş ve Üzeri Bireylerdeki Obezite Oranı (%)
Meksika	109,87	36,70
Bangladeş	42,76	5,40
Brezilya	141,32	29,83
Çin	100,37	8,60
Fransa	149,12	12,70
Almanya	162,27	24,40
Hindistan	65,75	7,57
İtalya	160,79	18,03
Nijer	59,50	5,71
Türkiye	141,32	30,36
İspanya	152,79	19,28
İngiltere	143,69	29,02
ABD	183,84	41,57

Tablodaki verileri dikkate alarak soruları cevaplayınız.

1. Bağlamdaki iki nicel değişkeni belirleyiniz.

- Günlük kişi başı yağ tüketim miktarı (g)
- 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranı (%)

2. Günlük kişi başı yağ tüketim miktarı ile 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranı arasındaki ilişkiye yönelik bir istatistiksel araştırma sorusu oluşturunuz.

- "Ülkelerin günlük kişi başı yağ tüketim miktarları ile 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranları arasında bir ilişki var mıdır?"

3. Araştırma sorunuzda yer alan iki nicel değişkenden hangisini bağımsız, hangisini bağımlı değişken olarak ele aldığınızı belirtiniz.

- Bağımsız Değişken: Günlük kişi başı yağ tüketim miktarı (g).
- Bağımlı Değişken: 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranı (%)

4. İstatistiksel araştırma sorularında olması gereken ölçütleri göz önünde bulundurarak 2. soruda oluşturduğunuz araştırma sorusunu inceleyiniz. Araştırma sorunuzun her bir ölçütü karşılayıp karşılamadığını gerekçesiyle birlikte tabloda boş bırakılan yerlere yazınız.

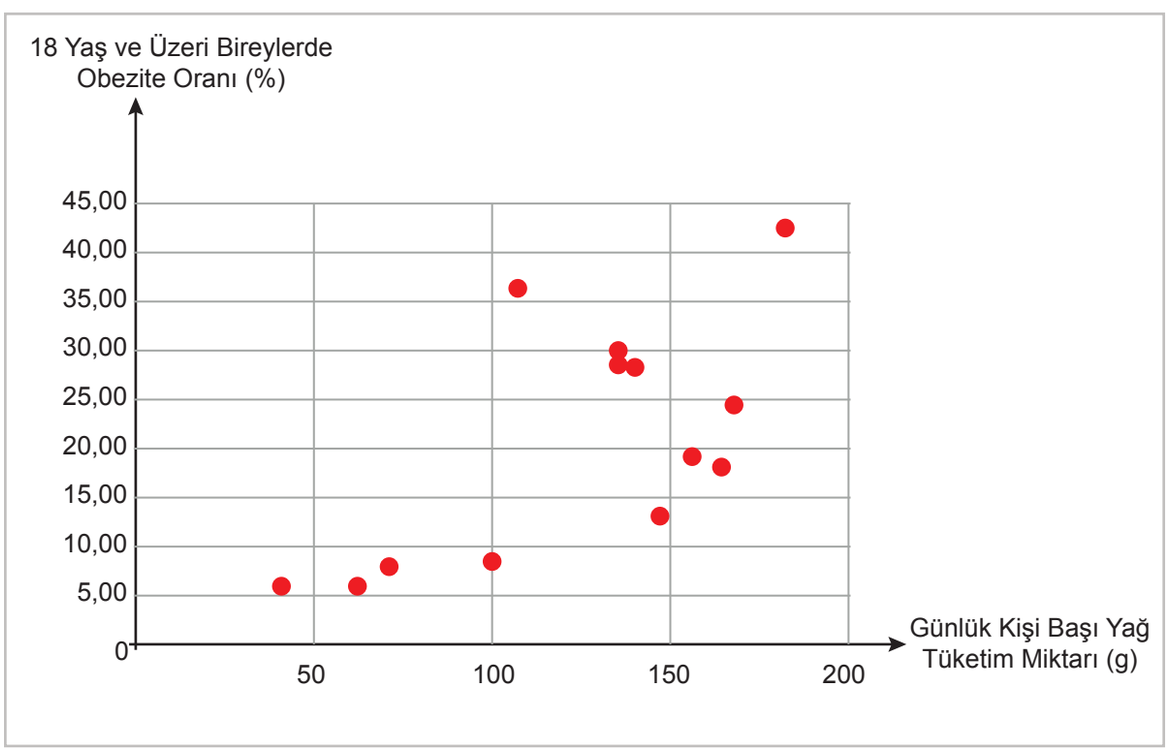
Araştırma Sorusu Ölçütleri	Sorunun İlgili Ölçütü Karşılayıp Karşılamadığına Dair Fikirleriniz
Araştırma sorusunun amacı açık mıdır?	Araştırma sorusu ülkelere ait günlük kişi başı yağ tüketimi ve obezite oranı değişkenleri arasındaki ilişkinin yönünü ve gücünü incelediğinden amacı açıktır.
Soru araştırmaya değer midir?	Küresel bir halk sağlığı sorunu olan obezitenin beslenme alışkanlıklarıyla (makro besin tüketimiyle) ilişkisini incelemek, hem tıp hem de istatistik dünyasında güncel ve araştırılmaya değer bir konudur.
İlgilenilen grup (evren) açıkça görülmekte midir?	İlgilenilen grup (evren) dünya ülkeleri, örneklem ise dünya ülkelerinden seçilen 13 ülke olarak sınırlandırıldığı için açıkça görülmektedir.
Değişkenler açıkça görülmekte midir?	Soru içindeki iki nicel değişken net bir şekilde görülmektedir: 1) Günlük kişi başı yağ tüketim miktarı (g). (Bağımsız değişken) 2) 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranı (%) (Bağımlı değişken).
Araştırma sorusu veri toplanarak cevaplanabilir mi?	Araştırma sorusu, Dünya Sağlık Örgütü (DSÖ) ve Our World in Data gibi uluslararası veri tabanlarından, ülkelerin resmî tüketim ve obezite istatistiklerinden alınan verilerle cevaplanabilir.
Araştırma sorusu değişebilirliği yansıtmakta mıdır?	Günlük kişi başına düşen yağ tüketim miktarı ile 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranları ülkeler arasında değişiklik gösterdiği için araştırma sorusu değişebilirliği yansıtmaktadır.
Odaklanılan grup, araştırma yapılmasına imkân vermekte midir?	Ülke düzeyindeki veriler doğrulanabilir ve ulaşılabilir olduğundan odaklanılan grup araştırma yapılmasına imkan vermektedir.
Araştırma sorusu nicel veri toplamayı gerektirir mi?	Araştırma sorusu, gram (yağ miktarı) ve yüzde (obezite oranı) gibi ölçülebilen, sayısal ve nicel veri toplamayı gerektirir.

5. Tablodaki verileri inceleyerek nicel değişkenler arasındaki ilişkinin yönüne dair tahmininizi gerekçelendirerek yazınız.

Pozitif ilişki
Tablo incelendiğinde; yağ tüketimi düşük olan ülkelerde (örn. Bangladeş: 42,76 g, Nijer: 59,50 g, Hindistan: 65,74 g) obezite oranlarının da düşük olduğu (%5,40, %5,71, %7,57); yağ tüketimi oldukça yüksek olan ülkelerde ise (örn. ABD: 183,84 g, Meksika: 109,87 g, Türkiye: 141,32 g) obezite oranlarının belirgin şekilde yüksek olduğu (%41,57, %36,70, %30,36) görülmektedir. Genel eğilim, bir değişken artarken diğerinin de artması yönünde olduğundan değişkenler arasında pozitif bir ilişki olduğu tahmin edilmektedir.

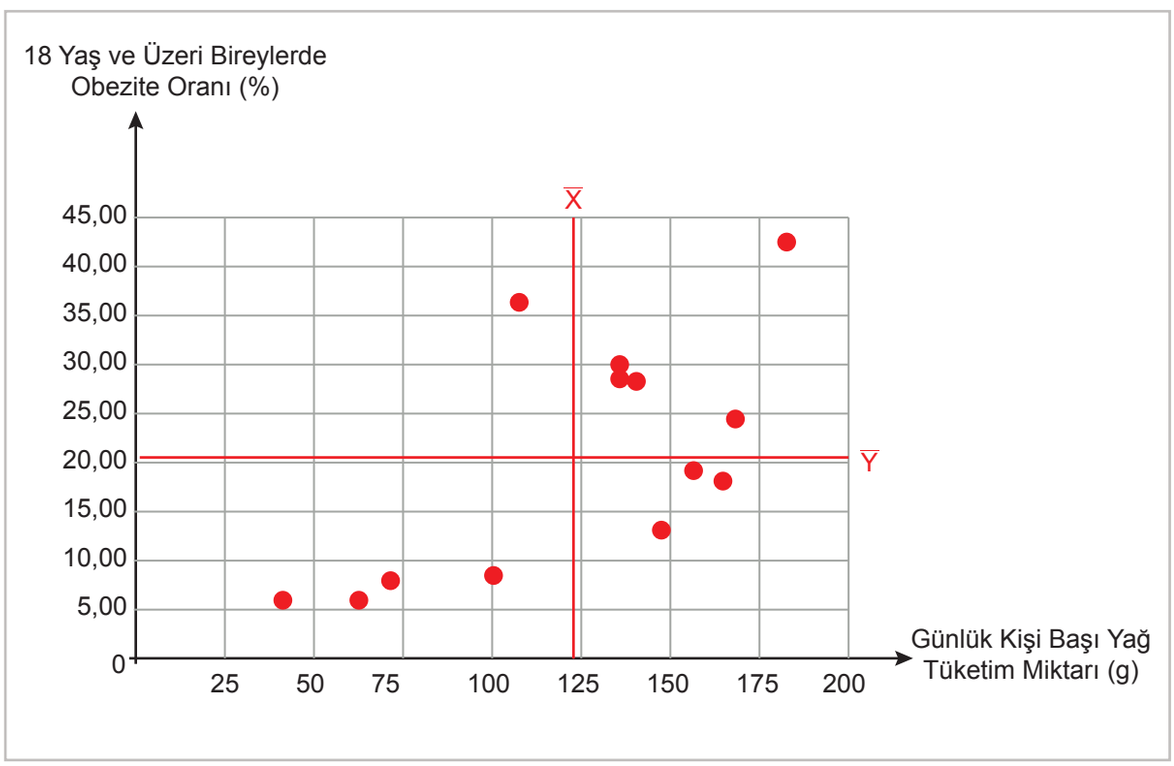
6. Araştırma sorunuza uygun olarak nicel değişkenlere ait serpme diyagramını Grafik 1 de oluşturunuz.

Grafik 1: Günlük Kişi Başı Yağ Tüketim Miktarına Bağlı 18 Yaş ve Üzeri Bireylerde Obezite Oranı (%)



7. Korelasyonun yönünü ve gücünü BSO (bölgelere göre sayım oranı) yöntemiyle belirleyip tahmininiz ile karşılaştırınız.

Aritmetik ortalamalar: $\overline{X} = 124,11$ g ve $\overline{Y} = \%\,20,71$



Grafikte $\overline{X} = 124,11$ doğrusu günlük kişi başı yağ tüketim miktarının ortalamasını, $\overline{Y} = 20,71$ doğrusu 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranının ortalamasını göstermektedir,

- 1. Bölge (5 ülke): Brezilya, Almanya, Türkiye, İngiltere, ABD
- 2. Bölge (1 ülke): Meksika
- 3. Bölge (4 ülke): Bangladeş, Çin, Hindistan, Nijer
- 4. Bölge (3 ülke): Fransa, İtalya, İspanya

İki Yönlü Sıklık Tablosu

		Günlük Kişi Başı Yağ Tüketimi	
		Ortalamadan Küçük	Ortalamadan Büyük
Obezite Oranı	Ortalamadan Büyük	1	5
	Ortalamadan Küçük	4	3

Tablodaki toplam veri sayısı 13 tür. 1, 2, 3 ve 4. bölgelerde sırasıyla 5, 1, 4 ve 3 nokta bulunmaktadır.

Bölgelere Göre Sayım Oranı (BSO)

BSO = [(1 ve 3. bölgelerdeki toplam nokta sayısı) − (2 ve 4. bölgelerdeki toplam nokta sayısı)] / Toplam nokta sayısı
BSO = [(5 + 4) − (1 + 3)] / 13
BSO = 5 / 13 ≈ 0,38

I. Durum — Yön (Pozitif): Bu veri grubunda günlük kişi başı yağ tüketim miktarı arttıkça obezite oranının da genel olarak artma eğiliminde olduğu görülmektedir. İki değişken çoğunlukla aynı yönde hareket etmektedir.
II. Durum — Güç (Orta Düzey): BSO'nun değeri yaklaşık 0,38 dir. Bu değer 0,30 ile 0,70 arasında olduğundan ilişki orta düzeyde pozitif olarak yorumlanır.
Serpme diyagramından yapılan pozitif ilişki tahmini BSO yöntemiyle elde edilen sayı ile uyumludur.

8. BSO yöntemiyle elde edilen sayıyı dikkate alarak nicel değişkenler arasındaki ilişkiyi yorumlayınız.

BSO yöntemiyle elde edilen sayıya göre ülkelerde kişi başına günlük yağ tüketimi ile yetişkin obezite oranı arasında orta düzeyde pozitif bir ilişki bulunmaktadır.
Bu sonuç, günlük yağ tüketimi yüksek olan ülkelerde obezite oranlarının da genel olarak yüksek olma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Ancak ilişki mükemmel değildir. Bazı ülkeler genel eğilimin dışında yer aldığından günlük yağ tüketimi dışında obeziteyi etkileyen başka faktörlerin de bulunduğu söylenebilir.

9. "Tabloda verilen ülkelerde günlük yağ tüketiminin fazla olması obezite oranının yüksek olmasının temel nedenidir." varsayımının doğru olup olmadığını BSO yöntemiyle elde edilen sayıyı dikkate alarak yorumlayınız.

Hayır, tablodan doğrudan bu sonuç çıkarılmaz. İstatistikte "BSO yöntemiyle elde edilen sayı (ilişkililik), nedensellik (sebep-sonuç) anlamına gelmez." İki değişken arasında orta düzeyde bir ilişki olması, birinin diğerinin mutlak ve temel nedeni olduğunu kanıtlamaz. Obezite; toplam kalori alımı, karbonhidrat/şeker tüketimi, fiziksel aktivite düzeyi, genetik faktörler ve metabolizma hızı gibi pek çok farklı değişkenden etkilenen çok faktörlü bir durumdur. Ayrıca tabloda istisnalar da mevcuttur; örneğin Fransa ve İtalya'da yağ tüketimi çok yüksek olmasına rağmen (sırasıyla 149,12g ve 160,79 g) obezite oranları (%12,70 ve %18,03) ABD veya Meksika'ya göre oldukça düşüktür. Bu durum beslenme kalitesi, hareketlilik gibi diğer faktörlerin de etkili olduğunu gösterir.

10. Günlük kişi başı yağ tüketim miktarı ile 18 yaş ve üzeri bireylerde obezite oranı arasında istatistik yazılımı ile hesaplanan korelasyon katsayısı $r \approx 0,63$ olarak tespit edilmiştir.

Sadece bu bilgi ve tablo göz önüne alındığında aşağıdaki çıkarımlardan hangisi <u>kesinlikle</u> doğrudur?

A) Bir ülkedeki günlük kişi başı yağ tüketim miktarı azalırsa, o ülkedeki obezite oranı düşer.
B) İki nicel değişken arasında pozitif yönlü ve orta bir ilişki eğilimi vardır.
C) İki nicel değişken arasında negatif yönlü bir ilişki vardır.
D) Fransa ve İtalya'da obezite oranının düşük olmasının tek nedeni bu ülkelerin genetik yapısıdır.
E) Günlük yağ tüketimi, obezite hastalığına yol açan tek ve en temel değişkendir.

11. BSO sayısı ile istatistik yazılımı yardımıyla hesaplanan korelasyon katsayısının birbirine yakın olmasının sebebini istatiksel açıdan açıklayınız.

Veri setinde aykırı değer olmamasından dolayı bu iki değer birbirine yakındır.

12. Tablodaki veriler incelendiğinde bazı ülkelerin günlük yağ tüketim miktarları birbirine oldukça yakın olmasına rağmen obezite oranları arasında fark olduğu görülmektedir.

Aşağıdaki ülke ikililerinden hangisi bu duruma örnek gösterilebilir?

A) Bangladeş - Nijer
B) Çin - Meksika
C) Almanya - İtalya
D) Brezilya - Hindistan
E) ABD - Fransa

13. Bir araştırmacı tablodaki verileri kullanarak bir serpme diyagramı çizmiş ve noktaların genel olarak sol alttan sağ üste doğru yükselen bir şerit üzerinde kümelendiğini görmüştür.

Bu durum, iki değişken arasında nasıl bir ilişki olduğunu gösterir? (Birden fazla seçeneği işaretleyebilirsiniz)

- ◯ Negatif yönlü güçlü bir ilişki
- ● Pozitif yönlü doğrusal bir ilişki
- ◯ Değişkenler arasında hiçbir ilişki olmadığı
- ◯ Negatif yönlü doğrusal bir ilişki
- ● Pozitif yönlü bir ilişki

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÇÖZÜM VİDEO

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.1.2. Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

MAT.11.1.2. Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

a) Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
b) Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik hataları ya da yanlılıkları tespit eder.
c) Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları çürütür ya da kabul eder.

MAT.11.1.2

OTOMOTİV RAPORU MERCEK ALTINDA

Bir otomotiv şirketi, araç sahiplerinin bakım bütçelerini daha bilinçli planlamalarına ve ikinci el araçlara ilişkin kararların veriye dayalı biçimde alınmasına katkı sağlamak amacıyla veri toplamıştır. Şirket, toplanan verilerin özet raporunu tüketici bilgilendirme platformunda yayımlamadan önce sizden raporu bağımsız biçimde incelemenizi istemektedir. İnceleme yapmanızdaki amaç araç sahiplerine doğru, nesnel ve güvenilir bir bilgilendirme sunulmasını sağlamaktır.

Şirketin Yayımlayacağı Rapor:

"1-10 yaş aralığındaki 500 araçtan toplanan verilerle yapılan analiz sonucunda araç yaşı (x) ile yıllık bakım maliyeti (y) arasındaki korelasyon katsayısı $r \approx 0,82$ olarak hesaplanmıştır. Bu güçlü pozitif ilişki, bir aracın yaşının büyümesinin bakım maliyetlerinin artmasının tek nedeni olduğunu kanıtlamaktadır. Bu çıkarıma dayanarak 25 yaşındaki bir otomobilin yıllık bakım maliyetinin, yeni bir aracın en az 25 katı olacağını kesin olarak söyleyebiliriz."

1. Rapordaki verilerin doğruluğunu ve güvenilirliğini istatistiksel ölçütleri kullanarak değerlendiriniz. Örneklem ve analiz süreciyle ilgili hangi bilgilerin açıklanması gerektiğini belirtiniz.

Araçların nereden, ne zaman ve hangi yöntemle seçildiği; örneklemin marka, model, segment, kullanım biçimi ve kilometre bakımından evreni temsil edip etmediği; yıllık bakım maliyetinin hangi giderleri kapsadığı ve aynı fiyat dönemine göre düzenlenip düzenlenmediği açıklanmalıdır. Ayrıca ham veriler, ayrıntılı serpme diyagramı, aykırı değerler, kullanılan modelin denklemi ve tahmin belirsizliği paylaşılmalıdır.

2. Raporun hangi bölümlerinin gözleme dayalı hangi bölümlerinin yorum veya tahmin niteliğinde olduğunu açıklayınız.

"500 araç incelenmiştir", "araçlar 1-10 yaş aralığındadır" ve $r \approx 0,82$ bulunmuştur" ifadeleri veriye dayalı bulgulardır. $r \approx 0,82$ değerinin güçlü pozitif ilişkiyi göstermesi istatistiksel ölçüte dayalı bir yorumdur. "Araç yaşı tek nedendir" ifadesi nedensel bir yorum; "25 yaşındaki araç en az 25 kat maliyetlidir." ifadesi ise veri aralığının dışına çıkan bir tahmindir.

3. $r \approx 0,82$ **değerini ilişkinin yönü ve gücü bakımından yorumlayınız.**

r pozitif olduğu için ilişki pozitif yönlüdür. $0,70 \leqslant r < 1$ aralığı güçlü ilişkiyi gösterdiğinden araç yaşı ile yıllık ortalama bakım maliyeti arasında güçlü ve pozitif yönlü doğrusal bir ilişki vardır. Bu, yaş arttıkça bakım maliyetinin genel olarak artma eğiliminde olduğunu gösterir; her araç için aynı artışın gerçekleşeceğini göstermez.

4. "Araç yaşı arttıkça yıllık ortalama bakım maliyeti artma eğilimindedir." yorumunu değerlendiriniz.

Bu ifade, incelenen 1-10 yaş aralığındaki 500 araç için ve doğrusal ilişki bağlamında kabul edilebilir bir yorumdur. $r \approx 0,82$ güçlü pozitif ilişkiyi destekler. Ancak "her aracın maliyeti mutlaka artar." veya "artışın tek nedeni yaştır." sonuçları çıkarılamaz.

5. Araştırmada 500 aracın incelenmiş olması, sonucun bütün araçlara güvenle genellenmesi için tek başına yeterli midir? Açıklayınız.

Hayır. Örneklem büyüklüğü önemli olmakla birlikte araçların rastgele ve evreni temsil edecek biçimde seçilip seçilmediği de bilinmelidir. Yalnızca belirli bir marka, lüks segment, filo veya bölgeden seçim yapılması seçim yanlılığı oluşturabilir.

6. Raporda yer alan 25 yaşındaki bir otomobilin yıllık bakım maliyetinin, yeni bir aracın en az 25 katı olacağı iddiasını güçlendirmek veya çürütmek için hangi veri ve analizlere ihtiyaç vardır? Açıklayınız.

11-25 yaş aralığındaki araçları temsil eden veriler toplanmalı; kilometre, marka-model, kullanım sıklığı ve bakım geçmişi kaydedilmelidir. Ham veriler serpme diyagramıyla incelenmeli, aykırı değerler ve doğrusallık kontrol edilmeli, uygun tahmin modeli doğrulanmalı ve tahmin belirsizliği raporlanmalıdır.

7. 25 yaşındaki tek bir aracın bakım maliyetinin yeni bir aracın bakım maliyetinin 25 katından az olduğunun gözlenmesi sizi hangi sonuca ulaştırır?

Bu gözlem, şirketin evrensel ve kesin "en az 25 kat" iddiasını çürütür. Ancak tek bir araç, yaş ile bakım maliyeti arasındaki genel ilişkinin yönü ve gücü hakkında karar vermeye yetmez; bütün dağılım ve uygun istatistiksel ölçütler incelenmelidir.

8. İstatistiksel araştırma süreçlerini dikkate alarak raporla ilgili aşağıdaki maddeleri uygun biçimde doldurunuz.

- **Kabul edilecek bölüm:** $r \approx 0,82$ değerine dayalı olarak araç yaşı ile yıllık bakım maliyeti arasında güçlü ve pozitif yönlü ilişki bulunduğu bilgisi.
- **Düzeltilmesi gereken bölüm:** Araç yaşını bakım maliyetinin doğrudan ve tek nedeni olarak sunan ifade.
- **Çıkarılması gereken bölüm:** 25 yaş için "en az 25 kat" ve "kesin" biçiminde ifadeleri içeren,veri aralığının dışına taşan tahmin.
- **İstenmesi gereken ek kanıtlar:** Örnekleme yöntemi, ham veriler, serpme diyagramı, aykırı değer incelemesi, diğer etkileyici değişkenler, 25 yaşındaki araçlara ilişkin tahmin için ilgili veriler,uygun model ve belirsizliklerle ilgili bilgiler.

9. Şirketin yayımlayacağı raporu, verilerin desteklediği kısmı koruyup hatalı veya kesin ifadeleri çıkararak yeniden yazınız.

1-10 yaş aralığındaki 500 araçtan toplanan verilerle yapılan analizde, araç yaşı ile yıllık bakım maliyeti arasında $r \approx 0,82$ değerine karşılık gelen güçlü ve pozitif yönlü bir ilişki belirlenmiştir. Bu bulgu, incelenen araçlarda yaş arttıkça yıllık bakım maliyetinin genel olarak artma eğiliminde olduğunu göstermektedir.Ancak bu ilişki, araç yaşının bakım maliyetindeki artışın tek nedeni olduğunu kanıtlamaz. Kilometre, marka-model, kullanım biçimi ve bakım geçmişi gibi başka değişkenler de bakım maliyetiyle ilişkili olabilir.Mevcut veriler yalnızca 1-10 yaş aralığındaki araçlara ait olduğundan 25 yaşındaki bir aracın yıllık bakım maliyetinin yeni bir aracın en az 25 katı olacağı kesin biçimde söylenemez. Böyle bir tahmin için ilgili yaş aralığını temsil eden veriler, uygun bir tahmin modeli ve belirsizliklerle ilgili bilgiler gereklidir.

Raporun güvenilirliğinin daha kapsamlı değerlendirilebilmesi için örnekleme yöntemi, ham veriler, serpme diyagramı ve aykırı değer incelemesine ilişkin bilgiler de paylaşılmalıdır.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.2.1. Üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

MAT.11.2.1. Üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

a) Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
b) Varsayımlarını kullanarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
c) Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
ç) Elde ettiği genellemeleri kullanarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin önermeler sunar.
d) Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin sunduğu önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.
e) Elde ettiği önermeleri üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerini kullanarak ispatlar.
f) Uyguladığı ispatı kullanışlılık açısından değerlendirir.

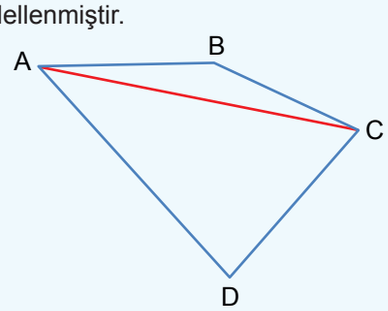
MAT.11.2.1

YÜKSEK GERİLİM HATLARINDA GEOMETRİ

Yüksek gerilim hatlarında enerjinin kesintisiz iletilmesini sağlayan telleri taşıyan çelik kafes direkler, rüzgâr ve kar yükü gibi sert doğa koşullarına dayanacak şekilde tasarlanmaktadır. Bu direklerin gövde ve taşıyıcı kollarındaki dörtgen şeklindeki çelik bağlantılar incelendiğinde, bu bağlantıların karşılıklı köşelerden geçen çelik kirişlerle güçlendirildiği görülür.
Dayanıklılık ve imalat süreçlerinde bu dörtgen şeklindeki bağlantıların belli özellikleri taşıması yük dağılımının dengeli olması ve dayanıklılık için önemlidir.



Yüksek gerilim direğinin gövdesindeki dörtgen şeklindeki bağlantılardan biri ABCD dışbükey dörtgeni biçiminde aşağıda modellenmiştir.



ABCD dörtgeninde [AC] nı çizerek ABC ve ADC üçgenlerini elde ediniz.

1. ABC ve ADC üçgenlerinden yararlanarak dışbükey bir dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamına dair varsayımınızı oluşturunuz.

ABCD dörtgeni [AC] köşegeni ile ABC ve ADC üçgenlerine ayrılır. Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan, dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $2 \cdot 180° = 360°$ olmalıdır.

2. ABC ve ADC üçgenlerinin iç açılarının ölçüleri toplamını cebirsel olarak ifade ederek ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri toplamına dair genellemenizi oluşturunuz. Genellemenizi 1 deki varsayımınızla karşılaştırınız.

ABC üçgeninde: $m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{BCA}) = 180°$

ADC üçgeninde: $m(\widehat{CAD}) + m(\widehat{D}) + m(\widehat{DCA}) = 180°$

Taraf tarafa toplanırsa:

$$[m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{CAD})] + m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) + [m(\widehat{BCA}) + m(\widehat{DCA})] = 180° + 180° = 360°$$

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) + m(\widehat{C}) = 360°$$

Herhangi bir dışbükey dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° olur. Bu durum 1 deki varsayım ile tutarlıdır.

3. Bir dışbükey dörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamına dair önermenizi oluşturunuz.

Bir dışbükey dörtgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı 360° dir.

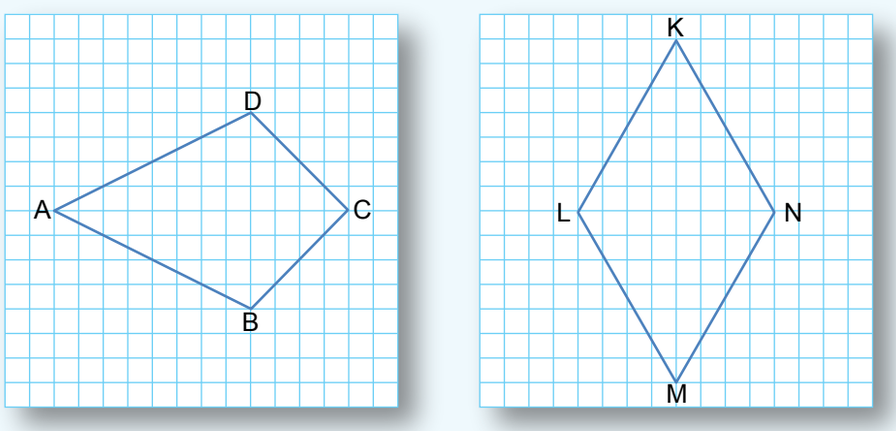
4. "Herhangi bir dışbükey dörtgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir." **önermesini ABC ve ADC üçgenlerinin açı özelliklerini kullanarak doğrulayınız.**

Dışbükey dörtgenin her bir köşesindeki iç ve dış açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

4 köşe için toplam $4 \cdot 180° = 720°$ dir.

Dış açılarının ölçüleri toplamı $= 720° -$ (iç açıların ölçüleri toplamı) $= 720° - 360° = 360°$

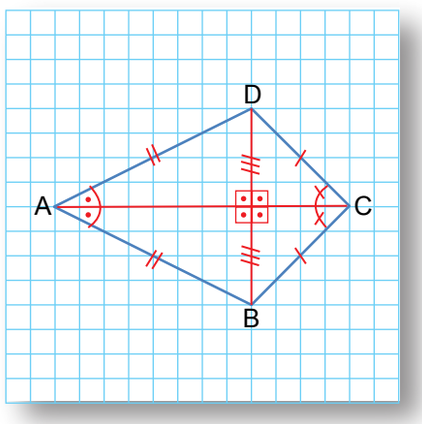
Taşıyıcı kolların rüzgâr yükünü her iki tarafa eşit dağıtabilmesi için köşegenlerin kesişim durumları ve açıortay olma durumları kritik rol oynamaktadır. Taşıyıcı kollar üzerindeki bağlantılar, ABCD deltoidi ve KLMN eşkenar dörtgeni biçiminde aşağıda modellenmiştir.

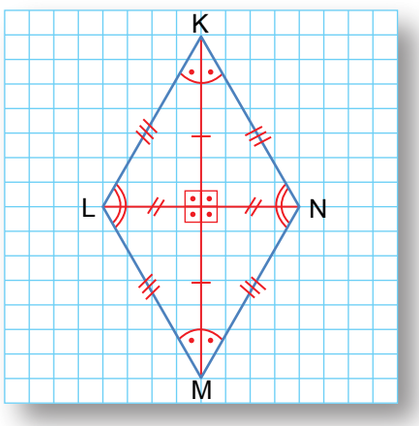


5. ABCD deltoidinin ve KLMN eşkenar dörtgeninin köşegenlerinin birbirlerini ortalama ve simetri ekseni(açıortay) olma durumları ile köşegenlerinin kesişmesiyle oluşan açıların ölçülerine dair varsayımınızı oluşturunuz.

- ABCD deltoidinin [AC] köşegeni simetri eksenidir, açıortaydır ve diğer köşegeni dik ortalar. Ancak köşegenlerin yalnızca biri ortalanır, diğeri ortalanmaz.
- KLMN eşkenar dörtgeninin her iki köşegeni de açıortay ve simetri eksenidir; köşegenler birbirini karşılıklı olarak dik ortalar.

6. ABCD deltoidinin ve KLMN eşkenar dörtgeninin köşegenlerini çiziniz. Çizdiğiniz köşegenlerin birbirlerini ortalama ve simetri ekseni (açıortay) olma durumları ile bu köşegenlerin kesişmesiyle oluşan açıların ölçülerine dair genellemelerinizi oluşturunuz. Oluşturduğunuz genellemenizi iki dörtgen için de ayrı ayrı varsayımlarınızla karşılaştırınız.





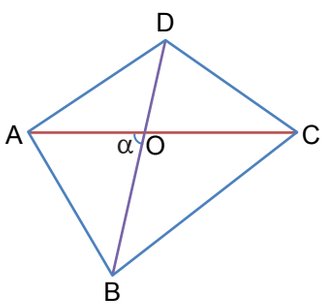
- $\widehat{ADB}$ ve $\widehat{CDB}$ ikizkenardır. [DB] köşegeni bu üçgenlerin ortak tabanıdır. İkizkenar üçgenlerde tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır. Bu nedenle [AC] köşegeni açıortay ve simetri eksenidir; [BD] köşegenini dik ortalar. Varsayım doğrulanır.
- $\widehat{KLN}$ ve $\widehat{MLN}$ eş ikizkenar üçgenlerdir. [LN] köşegeni bu üçgenlerin ortak tabanıdır. $\widehat{KNM}$ ve $\widehat{KLM}$ eş ikizkenar üçgenlerdir. [KM] köşegeni bu üçgenlerin ortak tabanıdır. İkizkenar üçgenlerde tabana ait yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortay olduğu için her iki köşegen de açıortay ve simetri eksenidir; köşegenler birbirini dik ortalar. Varsayım doğrulanır.

7. Genellemelerinizden yola çıkarak deltoid ve eşkenar dörtgende köşegenlerin birbirlerini ortalama ve simetri ekseni(açıortay) olma durumları ile bu köşegenlerin kesişmesiyle oluşan açıların ölçülerine dair önermelerinizi yazınız.

Deltoidde uzunlukları eşit olan kenarların kesiştiği köşeleri birleştiren köşegen, açıortay ve simetri eksenidir. Bu köşegen diğer köşegeni ortalar. Köşegenler birbirine diktir.
Eşkenar dörtgende her iki köşegen de açıortay ve simetri eksenidir. Köşegenler birbirini ortalar ve birbirine diktir.

Kirişlerin kesişim bağlantılarını belirledikten sonra, direğin çelik kaplama ve panel malzeme maliyetini belirlemek üzere alan hesabına geçilecektir. Yüksek gerilim direklerinde tepe noktasının zemine uzaklığını ölçmek yerine karşılıklı köşelerden geçen kiriş uzunlukları ve trigonometrik oranlar kullanılarak alan hesabı kurgulanacaktır.

Şekilde direk üzerindeki bir bölge; $|AC| = e$ birim, $|BD| = f$ birim, $[AC] \cap [BD] = \{O\}$ ve $m(\widehat{AOB}) = \alpha$ olan ABCD dörtgeni biçiminde modellenmiştir.



8. ABCD dörtgeninin alanını üçgende sinüslü alan bağıntısını kullanarak AOB, BOC, COD, DOA üçgenlerinin alanlarının toplamı biçiminde yazıp $A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$ olduğunu ispatlayınız.

$A(ABCD) = A(\widehat{AOB}) + A(\widehat{BOC}) + A(\widehat{COD}) + A(\widehat{DOA})$

$A(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2} \cdot |AO| \cdot |OB| \cdot \sin\alpha$

$A(\widehat{BOC}) = \frac{1}{2} \cdot |OB| \cdot |OC| \cdot \sin(180° - \alpha) = \frac{1}{2} \cdot |OB| \cdot |OC| \cdot \sin\alpha$

$A(\widehat{COD}) = \frac{1}{2} \cdot |OC| \cdot |OD| \cdot \sin\alpha$

$A(\widehat{DOA}) = \frac{1}{2} \cdot |OD| \cdot |AO| \cdot \sin(180° - \alpha) = \frac{1}{2} \cdot |OD| \cdot |AO| \cdot \sin\alpha$

$A(ABCD) = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot [|OB|(|AO| + |OC|) + |OD|(|AO| + |OC|)]$

$A(ABCD) = \frac{1}{2}\sin\alpha \cdot [(|AO| + |OC|) \cdot (|OB| + |OD|)]$

$|AO| + |OC| = e$ birim ve $|OB| + |OD| = f$ birim olduğundan

$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f \cdot \sin\alpha$

9. Matematik yazılımında bir dörtgen üzerinde iki köşegen oluşturup köşegenlerin kesişmesiyle oluşan açılardan birine a sürgüsü $(0° < a \leqslant 90°)$ atayınız. a sürgüsünü değiştirerek açının hangi değeri için dörtgenin alanının maksimum olduğunu tespit ediniz.

Açı ölçüleri büyüdükçe dörtgenin alanının da büyüdüğünün, 90°de dörtgenin alanının maksimum değerine ulaştığının öğrenci tarafından keşfedilmesi beklenir.

10. Yerden yüksekteki yapıların alanını hesaplarken dikme inmek yerine yalnızca çelik çapraz uzunlukları (e, f) ve lazer açıölçerle kesişim açısını (α) kullanmanın mühendislikteki pratikliğini değerlendiriniz.

Yüksek yapılarda tepe noktasından zemine dikme inip ölçmek çok zordur. Yalnızca çelik çapraz uzunlukları (e, f) ve kesişim açısını (α) ölçerek alan bulmak şantiye güvenliği ve pratiklik açısından büyük avantaj sağlar.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.2.2. Özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle aralarındaki ilişkileri yapılandırabilme

MAT.11.2.2. Özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle aralarındaki ilişkileri yapılandırabilme

a) Dörtgenlerin özelliklerini kullanarak özel dörtgenler arasında hiyerarşik veya nedensel ilişkiler ortaya koyar.
b) Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilere dair anlamlı bir bütün oluşturur.

MOZAİK SANATI

Mozaik sanatı doğal taş, cam, seramik gibi farklı malzemelerden yapılmış iki veya üç boyutlu geometrik şekillere sahip parçaların, aralarında boşluk kalmadan ve parçalar üst üste gelmeden düz bir yüzeyi kaplayacak şekilde birleştirilmesiyle oluşan süsleme sanatıdır. Bir mozaik ustasının desenleri oluştururken kullandığı ana şablon; özel dörtgenlerin birbiriyle olan simetri, kenar ve açı ilişkilerine dayanır.

Mozaik ustası görseldeki gibi kare, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, paralelkenar, deltoid ve yamuk biçimindeki cam parçalarından oluşan bir desen oluşturmuştur.



1. Desende köşegenleri birbirini dik kesen ve birbirini ortalayan dörtgen şeklindeki cam parçaları kullanılmıştır.

Bu parçaların hangi özel dörtgenler olabileceğini yazınız.

Eşkenar dörtgen
Kare
Deltoid

2. Desende yer alan cam parçalarından hangileri tüm kenarları eşit uzunlukta olan bir paralelkenardır?

Kare ve eşkenar dörtgen

3. Usta, tüm eşkenar dörtgenlerin bir paralelkenar olduğu ancak her paralelkenarın eşkenar dörtgen olmadığı varsayımında bulunmuştur.

Ustanın bu varsayımını kenar uzunlukları ve köşegenlerin açıortay olma özelliğini kullanarak açıklayınız.

Eşkenar dörtgen, paralelkenarın "karşılıklı kenarların uzunlukları eşittir" kuralını sağlar (tüm kenar uzunlukları eşit olduğu için karşılıklı kenarların uzunlukları da eşittir). Bu yüzden her eşkenar dörtgen bir paralelkenardır. Fakat bir paralelkenarın sadece karşılıklı kenarları eşit olup komşu kenarlarının uzunlukları farklı olabilir. Tüm kenarlarının uzunluğu eşit olmak zorunda olmadığı için her paralelkenar eşkenar dörtgen değildir.
Eşkenar dörtgende köşegenlerin açıortay olması, onun paralelkenar olma durumunu bozmaz; aksine paralelkenara eklenmiş özel bir niteliktir. Paralelkenarda ise köşegenlerin açıortay olma zorunluluğu bulunmaz. Bu nedenle köşegenleri açıortay olan her paralelkenar bir eşkenar dörtgendir, ancak köşegenleri açıortay olmayan paralelkenar eşkenar dörtgen olamaz.

4. Desende yer alan cam parçalardan hangilerinin <u>en az</u> bir simetri ekseni vardır?

Kare, deltoid, dikdörtgen ve eşkenar dörtgen

5. Bir ABCD dörtgeninde $[AC]$ ve $[BD]$ köşegenleri için

$[AC] \perp [BD]$

$|AC| = |BD|$

$[AC]$ ve $[BD]$ birbirini ortalamaktadır.

Buna göre ABCD dörtgeninin hangi özel dörtgen olduğunu yazınız.

Köşegenlerin dik kesişmesi, uzunluklarının eşit olması ve birbirini ortalaması nedenlerinden dolayı ABCD dörtgeni karedir.

6. X: Sadece bir çift kenarı paralel olan dörtgen

Y: X'in diğer çift kenarı da paralel olan dörtgen

Z: Y'nin ardışık kenarları birbirine dik olan dörtgen.

Buna göre X, Y ve Z dörtgenleri sırasıyla aşağıdakilerin hangisinde doğru şekilde sıralanmıştır?

A) Yamuk, Dikdörtgen, Kare
B) Yamuk, Paralelkenar, Dikdörtgen
C) Paralelkenar, Eşkenar Dörtgen, Kare
D) Deltoid, Eşkenar Dörtgen, Kare
E) Yamuk, Paralelkenar, Eşkenar Dörtgen

7. Matematik yazılım programı kullanarak herhangi bir ikizkenar yamuk çiziniz. "Doğruya Göre Yansıt" aracıyla bu yamuğun köşegenlerinden birine göre simetriğini alınız. Aynı işlemi bir deltoid çizerek, farklı kenarların birleştiği köşegen için uygulayınız.

a) İkizkenar yamukta köşegenin simetri ekseni olup olmadığını gerekçesiyle açıklayınız.

İkizkenar yamuğun yansıtma (simetri) işlemi köşegene göre yapıldığında, elde edilen yeni şekil orijinal yamuğun tam üzerine katlanmaz. Köşegenler eşit uzunlukta olmasına rağmen birer simetri ekseni değildir. Bu yüzden köşegene göre yansıtma yapıldığında şekil kendi üstüne katlanmaz.

b) Deltoidde köşegenin simetri ekseni olup olmadığını gerekçesiyle açıklayınız.

Deltoidin yansıtma işlemi aynı uzunluktaki kenarların birleştiği köşeleri birleştiren açıortay köşegenine (simetri eksenine) göre yapıldığında, şeklin simetriği tam olarak kendi üzerine katlanır.

c) İki şekil arasındaki farklılıkları simetri ekseni özellikleri ve sayıları açısından yorumlayınız.

İkizkenar yamuğun simetri ekseni köşegenleri değil, alt ve üst paralel tabanlarının orta noktalarını birleştiren dikmedir. İkizkenar yamuğun 1 adet simetri ekseni vardır.
Deltoidin 1 adet simetri ekseni vardır. Deltoid, simetri ekseni bir köşegeni olan özel bir dörtgendir. Uzunlukları eşit olan kenarların kesiştiği köşeleri birleştiren köşegen aynı zamanda tepe açılarının açıortayıdır ve diğer köşegeni dik olarak ortalar.

8. Karenin tüm köşegen özelliklerinden yararlanarak karenin neden aynı zamanda bir eşkenar dörtgen ve dikdörtgen olduğunu açıklayınız. Ayrıca, her dikdörtgenin ve her eşkenar dörtgenin neden kare olmadığını, bu dörtgenlerin köşegen özelliklerini karşılaştırarak gerekçelendiriniz.

Karenin köşegen uzunlukları birbirine eşittir. Bu nedenle kare, dikdörtgen tanımının gerektirdiği tüm köşegen ve açı özelliklerini sağladığından kare aynı zamanda bir dikdörtgendir. Dikdörtgende köşegenler birbirine eşittir ancak birbirini dik kesmez ve açıortay değildir. Bu nedenle dikdörtgen aynı zamanda kare değildir.
Karenin köşegenleri hem birbirini dik keser hem de köşegenler açıortaydır. Bu nedenle kare, eşkenar dörtgenin tüm özelliklerini sağladığından kare aynı zamanda bir eşkenar dörtgendir. Eşkenar dörtgende köşegenler dik kesişir ve açıortaydır ancak uzunlukları birbirine eşit değildir. Bu nedenle eşkenar dörtgen aynı zamanda kare değildir.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.2.3. Çokgenleri içbükey veya dışbükey olarak sınıflandırabilme

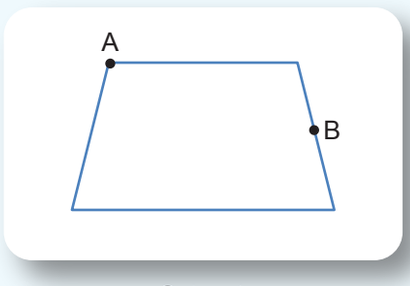
MAT.11.2.3. Çokgenleri içbükey veya dışbükey olarak sınıflandırabilme

a) Çokgenleri ayırt etmek için ölçütler belirler.
b) Çokgenleri belirlediği ölçütlere göre ayrıştırır.
c) Ayrıştırdığı çokgenleri tasnif eder.
ç) Çokgenleri belirlediği ölçüte uygun olarak etiketler/belirler.

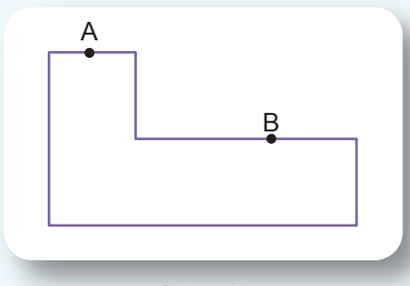
MAT.11.2.3

KÖR NOKTA

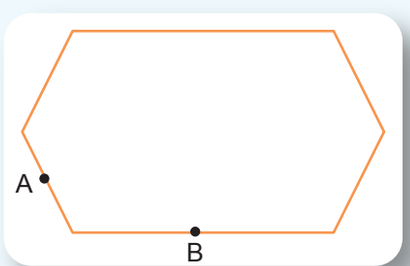
Bir müze yönetimi, sergilenen tabloların güvenliğini sağlamak amacıyla sergi salonlarına lazer tarayıcı yerleştirecektir.
Salonlar birer çokgen olarak modellendiğinde bazı salonlarda lazer ışınının her noktaya ulaşamadığı tespit edilmiştir.
Aşağıda 4 farklı sergi salonunun çokgen biçimindeki krokileri verilmiştir. Salonlarda A noktasında lazer tarayıcı, B noktasında ise tablo bulunmaktadır.



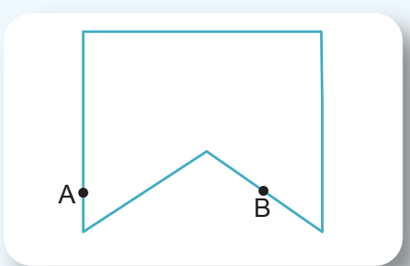
Salon 1



Salon 2

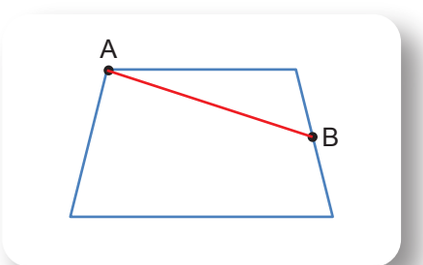


Salon 3

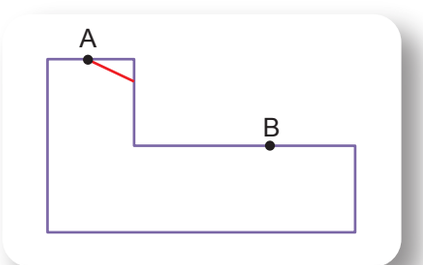


Salon 4

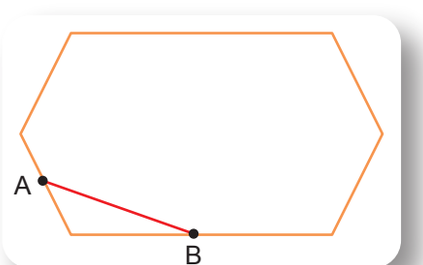
a) Salonlarda lazer tarayıcının bulunduğu noktadan tablonun bulunduğu noktaya lazer ışınının oluşturduğu doğru parçasını çizerek ışının, tablonun bulunduğu noktaya ulaşıp ulaşmadığını belirleyiniz.



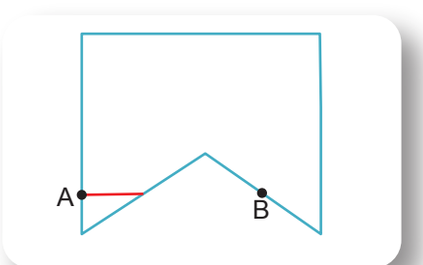
Salon 1



Salon 2



Salon 3



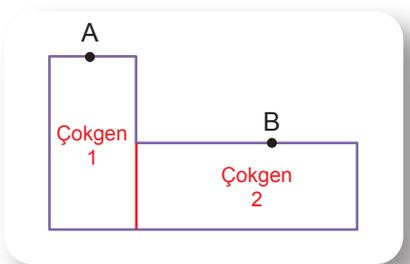
Salon 4

Salon 1 ve Salon 3 te lazer ışını tabloya ulaşmaktadır. Salon 2 ve Salon 4 te duvardan dolayı lazer ışını tabloya ulaşamamaktadır.

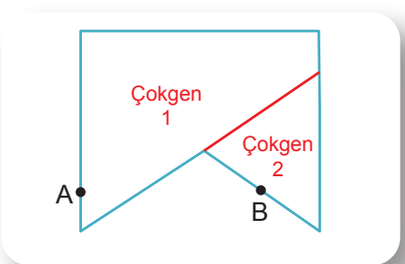
b) Hangi salonların krokisinde iç açılardan en az birinin ölçüsü 180° den büyüktür?

Salon 2, Salon 4

c) Duvarlar doğrusal biçimde uzatıldığında hangi salonların krokisinin iki çokgensel bölgeye ayrılabileceğini yazınız.



Salon 2



Salon 4

Salon 2 ve Salon 4 krokisi iki çokgensel bölgeye ayrılabilir.

ç) Aşağıdaki ifadelerde boş bırakılan yerlere "içbükey" **ya da** "dışbükey" **den uygun olanını yazınız.**

- Çokgenin iç açılarının ölçülerinin tamamı 180° den küçük ise bu çokgen .....dışbükey..... dir.
- Çokgenin köşegenlerinden en az biri çokgenin dış bölgesine taşıyorsa bu çokgen .....içbükey..... dir.
- Çokgenin iç bölgesinden alınan iki noktayı birleştiren doğru parçası her zaman çokgenin iç bölgesinde kalıyorsa bu çokgen .....dışbükey..... dir.

d) Salon krokilerinin içbükey mi dışbükey mi olduğunu tablodaki ilgili kutucuklara işaretleyerek belirleyiniz.

Sergi Salonu	İç Bükey	Dış Bükey
Salon 1		✔
Salon 2	✔	
Salon 3		✔
Salon 4	✔	

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÇÖZÜM VİDEO

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.2.4. Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair çıkarım yapabilme

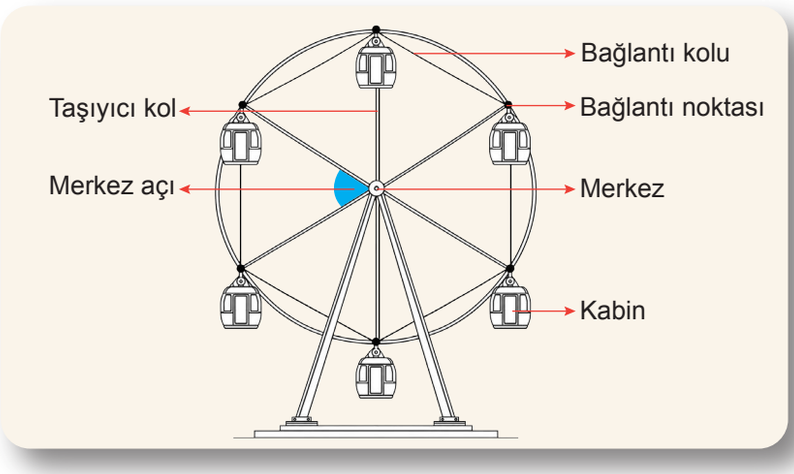
MAT.11.2.4. Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair çıkarım yapabilme

a) Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair varsayımlarda bulunur.
b) Varsayımlarını kullanarak dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
c) Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin genellemelerini varsayımları ile karşılaştırır.
ç) Elde ettiği genellemeleri kullanarak dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin önermeler sunar.
d) Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin sunduğu önermeleri problem durumlarına uyarlayarak kullanışlılık açısından değerlendirir.

MAT.11.2.4

ÜÇ BOYUTLU YAZICIDA DÖNME DOLAP TASARIMI

Bir tasarım ekibindeki öğrenciler, okuldaki STEM atölyesinde üç boyutlu (3B) yazıcı kullanarak bir dönme dolap maketi tasarlamaktadır. Tasarladıkları makette aşağıdaki görseldeki gibi yolcuların oturacağı kabinlerin bağlanacağı noktalar dönme dolabın dış çemberi üzerinde eşit aralıklarla yerleştirilecektir. Komşu bağlantı noktalarının doğru parçası biçimindeki bağlantı kollarıyla birleştirilmesi planlanmakta ve bu birleştirme işlemi sonucunda bir çokgen oluşmaktadır.



1. Herhangi bir hesaplama yapmadan önce aşağıdaki durumlarla ilgili varsayımlarınızı oluşturunuz.

a) Çokgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi yazınız.

Oluşan çokgenin bütün kenar uzunlukları birbirine eşit olmalıdır.

b) Kabin sayısı artırıldığında çokgenin bir iç açısının ölçüsündeki değişimi belirtiniz.

Kabin sayısı artırıldığında çokgenin bir iç açısının ölçüsü de artar.

c) Çokgenin kenar sayısı artırıldığında bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısındaki değişimi belirtiniz.

Çokgenin kenar sayısı artırıldığında bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısı da artar.

ç) Düzgün çokgenin kenar sayısı artırıldığında simetri ekseni sayısı artar mı azalır mı?

Düzgün çokgende kenar sayısı arttıkça simetri ekseni sayısı da artar.

d) Merkezden köşelere olan uzaklık sabit tutulup çokgenin kenar sayısı artırıldığında alanındaki değişimi belirtiniz.

Kenar sayısı artırıldığında düzgün çokgenin alanı da büyür.

2. Kenar sayıları verilen dışbükey çokgenleri çizerek aşağıdaki tabloyu uygun biçimde doldurunuz.

Kenar Sayısı (n)	Bir Köşeden Çizilebilen Köşegen Sayısı	Bir Köşeden Çizilebilen Köşegenlerle Oluşan Üçgen Sayısı	İç Açıların Ölçüleri Toplamı	Toplam Köşegen Sayısı
3	0	1	180°	0
4	1	2	360°	2
5	2	3	540°	5
6	3	4	720°	9
7	4	5	900°	14
8	5	6	1080°	20

Tablodaki örüntülerden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) n kenarlı bir dışbükey çokgenin bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısını ve bu köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısını n cinsinden yazınız.

Bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısı $n-3$, oluşan üçgen sayısı $n-2$ dir.

b) n kenarlı bir dışbükey çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını n cinsinden yazınız.

İç açılarının ölçüleri toplamı $(n-2)\cdot 180°$

c) n kenarlı bir dışbükey çokgenin toplam köşegen sayısını n cinsinden yazınız.

Toplam köşegen sayısı $\frac{n\cdot(n-3)}{2}$ dir.

ç) n kenarlı bir dışbükey çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenlerle oluşan üçgenlerden yararlanarak dışbükey çokgenin alanının bulunmasına dair önermenizi yazınız.

Dışbükey n-gen, bir köşeden çizilen köşegenlerle $n-2$ üçgene ayrılır. Çokgenin alanı, oluşan bu üçgenlerin alanları toplamına eşittir.

d) a, b, c ve ç de ulaştığınız sonuçların geçerli olması için çokgenin düzgün olması gerekir mi?

○ Evet

○ Hayır

Cevabınızın gerekçesini açıklayınız.

Hayır. Bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısı, bu köşegenlerle oluşan üçgen sayısı, iç açılarının ölçüleri toplamı, toplam köşegen sayısı ve çokgenin üçgenlere ayrılarak alanının bulunabilmesi bütün dışbükey çokgenler için geçerlidir.

3. Dönme dolap maketindeki bağlantı noktaları eşit aralıklarla yerleştirilip komşu bağlantı noktaları birleştirilerek oluşturulabilen düzgün çokgen modellerini inceleyerek tabloyu tamamlayınız.

Model	Kenar Sayısı	Merkez Açının Ölçüsü	Bir İç Açısının Ölçüsü	Simetri Ekseni Sayısı
3 Kabinli	3	120°	60°	3
4 Kabinli	4	90°	90°	4
5 Kabinli	5	72°	108°	5
6 Kabinli	6	60°	120°	6
8 Kabinli	8	45°	135°	8

Doğru biçimde tamamladığınız tablodan yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) n kenarlı düzgün çokgenin kenarlarının uzunluklarıyla ilgili genellemenizi yazınız.

Düzgün n-genin bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir.

b) n kenarlı düzgün çokgende bir merkez açının ve bir iç açının ölçüsünü n cinsinden ifade ediniz.

Bir merkez açının ölçüsü $\frac{360°}{n}$, bir iç açının ölçüsü $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$, ya da $180° - \frac{360°}{n}$ dir.

c) Düzgün çokgenlerin kenar sayısı ile simetri ekseni sayısı arasındaki ilişkiyi genelleyiniz.

Düzgün çokgenin simetri ekseni sayısı kenar sayısına eşittir.

ç) Düzgün çokgenin kenar sayısı arttığında bir merkez açının ve bir iç açının ölçüsünde gözlemlediğiniz değişimi açıklayınız.

Kenar sayısı arttığında bir merkez açının ölçüsü azalır; bir iç açının ölçüsü ise artar.

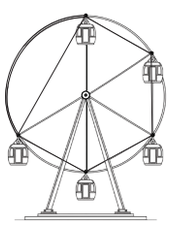
d) Merkezden bir köşeye uzaklık r birim, merkez açının ölçüsü $\frac{360°}{n}$ olduğuna göre merkez ile ardışık iki köşenin oluşturduğu üçgenin alanını ve düzgün n-genin toplam alanını yazınız.

Bir üçgenin alanı $\frac{1}{2}\cdot r^2 \cdot \sin\left(\frac{360°}{n}\right)$ olur. Düzgün n-genin alanı $A_n = \frac{n}{2}\cdot r^2 \cdot \sin\left(\frac{360°}{n}\right)$ bağıntısıyla bulunur.

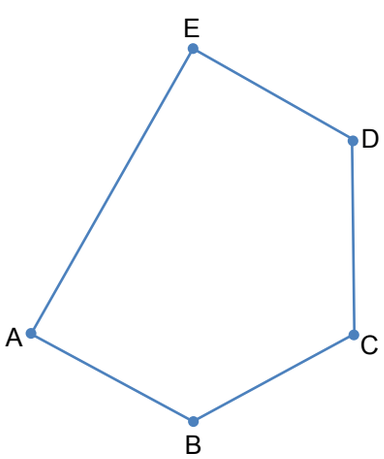
4. Düzgün çokgenin merkezinden bir köşesine olan uzaklık r birim olmak üzere düzgün çokgenlerin alanlarının cebirsel temsillerini aşağıdaki tablodaki ilgili boşluğa yazınız.

Düzgün Çokgen	Kenar Sayısı	Alan
Eşkenar üçgen	3	$\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)\cdot r^2$
Kare	4	$2r^2$
Düzgün beşgen	5	$\left(\frac{5}{2}\right)\cdot r^2\cdot \sin 72°$
Düzgün altıgen	6	$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\cdot r^2$
Düzgün sekizgen	8	$2\sqrt{2}\cdot r^2$

Dönme dolaba yerleştirilmek istenen arıza uyarı sensörüne yer açmak amacıyla bağlantı noktalarından biri kullanılmayacaktır. Kalan beş bağlantı noktasının dönme dolap üzerindeki konumu yandaki şekil üzerinde gösterilmiştir.



5. Komşu bağlantı noktalarının birleştirilmesiyle oluşan ABCDE dışbükey beşgeni aşağıda modellenmiştir.



a) ABCDE beşgeninin bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısını belirleyiniz.

Bir köşeden $5-3=2$ köşegen çizilebilir.

b) ABCDE beşgeninin toplam köşegen sayısını bulunuz.

Beşgenin toplam köşegen sayısı $\frac{5\cdot(5-3)}{2}=5$ tir.

c) ABCDE beşgeninin iç açılarının ölçüleri toplamının kaç derece olduğunu bulunuz.

İç açılarının ölçüleri toplamı $(5-2)\cdot 180°=540°$ dir.

ç) ABCDE beşgenin bütün kenarlarının uzunluklarının eşit, her bir iç açısının ölçüsünün 108° ve simetri ekseni sayısının 5 olduğu kesin olarak söylenebilir mi? Cevabınızı gerekçesi ile açıklayınız.

Hayır. Bu özellikler düzgün beşgene aittir. Şeklin yalnızca dışbükey beşgen olduğu bilindiğinde kenarların uzunluğunun eşitliği, tek tek açı ölçüleri ve simetri ekseni sayısı kesin olarak belirlenemez.

d) Düzgün beşgenin alanını bulmak için kullandığınız yöntem ABCDE beşgenin alanını bulmak için de kullanılabilir mi? Cevabınızın gerekçesini yazınız.

◯ Evet

◯ Hayır

Evet. Bir köşeden iki köşegen çizilerek beşgen üç üçgene ayrılabilir. Gerekli uzunluk ve açı ölçüleri bilindiğinde bu üçgenlerin alanları bulunarak beşgenin alanı hesaplanabilir.

6. 1 de oluşturduğunuz varsayımları, 2, 3, 4 ve 5 te ulaştığınız genellemelerle karşılaştırınız. Dışbükey çokgenlerde kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin varsayımınızın doğrulanıp doğrulanmadığını veya hangi koşulun eklenmesi gerektiğini açıklayınız.

a) Kenar özelliği

Düzgün çokgenler için varsayım doğrulanır. Bütün kenar uzunlukları eşittir. Ancak bu sonuç her dışbükey çokgen için geçerli değildir; “düzgün” olma koşulu gereklidir.

b) Açı özelliği

Düzgün çokgenlerde kenar sayısı arttıkça bir iç açının ölçüsünün arttığı varsayımı doğrulanır. Bütün dışbükey çokgenlerde ise kesin olarak kullanılabilen sonuç, iç açıların toplamının $(n-2)\cdot 180°$ olmasıdır.

c) Köşegen özelliği

Varsayım doğrulanır. n kenarlı bir dışbükey çokgenin bir köşesinden $(n-3)$ köşegen çizilebildiğinden kenar sayısı arttıkça bu sayı da artar.

ç) Simetri özelliği

Düzgün çokgenler için varsayım doğrulanır. n kenarlı düzgün çokgenin n simetri ekseni vardır. Düzgün olmayan bir dışbükey çokgenin simetri ekseni olmak zorunda değildir.

d) Alan özelliği

Aynı r değeri için incelenen düzgün çokgenlerde alanın arttığı varsayımı doğrulanır. Her dışbükey çokgen için ise alan, bir köşeden çizilen köşegenlerle oluşan $(n-2)$ üçgenin alanları toplanarak bulunabilir.

7. Dışbükey çokgenlerle ilgili elde ettiğiniz genellemelerden yararlanarak kenar, açı, köşegen, simetri ve alana dair önermelerinizi oluşturunuz.

a) Kenar özelliklerine ilişkin önermenizi yazınız.

Düzgün n-genin bütün kenar uzunlukları eşittir; bir çokgenin yalnızca dışbükey olması, kenar uzunluklarının eşit olması için yeterli değildir.

b) Açı özelliklerine ilişkin önermenizi yazınız.

n kenarlı her dışbükey çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı $(n-2)\cdot 180°$ dir. Çokgen düzgün ise bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$ olur.

c) Köşegen özelliklerine ilişkin önermenizi yazınız.

n kenarlı bir dışbükey çokgenin bir köşesinden en fazla $n-3$ köşegen çizilebilir ve toplam köşegen sayısı $\frac{n\cdot(n-3)}{2}$ dir.

ç) Simetri özelliklerine ilişkin önermenizi yazınız.

Düzgün n-genin n tane simetri ekseni vardır; düzgün olmayan bir dışbükey n-genin simetri ekseni sayısı yalnızca kenar sayısı ile belirlenemez.

d) Alan özelliklerine ilişkin önermenizi yazınız.

Dışbükey n-genin alanı, bir köşeden çizilen köşegenlerle oluşan $n-2$ üçgenin toplamına eşittir. Çevrel çemberinin yarıçapının uzunluğu r birim olan düzgün n-genin alanı $A_n=\frac{n}{2}\cdot r^2\cdot\sin\left(\frac{360°}{n}\right)$ bağıntısıyla bulunabilir.

8. Tasarım ekibi, bilim şenliğinde kullanılacak son tasarımda 12 adet kabin kullanmaya karar vermiştir. Bağlantı noktaları çember üzerinde eşit aralıklarla yerleştirilmiş ve her bir bağlantı noktasının merkeze uzaklığı 6 cm olarak belirlenmiştir. Bu tasarımda komşu bağlantı noktalarının doğru parçaları ile birleştirilmesiyle bir çokgen oluşturulacaktır.

Dışbükey çokgenlere ilişkin oluşturduğunuz önermeleri bu çokgene uyarlayarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Kenar uzunluklarına ilişkin çıkarımınızı yazınız.

Bağlantı noktaları eşit aralıklarla yerleştirildiği için düzgün onikigen oluşur. Kenarların uzunlukları eşittir.

b) Bir iç açısının ölçüsünü bulunuz.

Bir iç açısının ölçüsü $=\frac{(12-2)\cdot 180°}{12}=150°$ olur.

c) Bir köşeden çizilebilecek köşegen sayısını ve toplam köşegen sayısını bulunuz.

Bir köşeden $12-3=9$ köşegen çizilebilir. Toplam köşegen sayısı $\frac{12\cdot 9}{2}=54$ tür.

ç) Simetri ekseni sayısını bulunuz.

Düzgün onikigenin 12 tane simetri ekseni vardır.

d) Alanını bulunuz.

$A_{12}=\left(\frac{12}{2}\right)\cdot 6^2\cdot\sin 30°=6\cdot 36\cdot\frac{1}{2}=108\ \text{cm}^2$ olur.

e) Bu soruda kullandığınız önermelerin tasarım sürecindeki kullanışlılığını açıklayınız.

Önermeler 12 kenarlı tasarımın kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerinin tek tek ölçüm yapılmadan belirlenmesini sağlar. Bu nedenle tasarım sürecinde hızlı ve güvenilir sonuçlara ulaşmak açısından kullanışlıdır.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

ÇÖZÜM VİDEO

ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ
ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

11. Sınıf
MATEMATİK

MAT.11.2.5. Çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerini içeren problemler çözebilme

MAT.11.2.5. Çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerini içeren problemler çözebilme

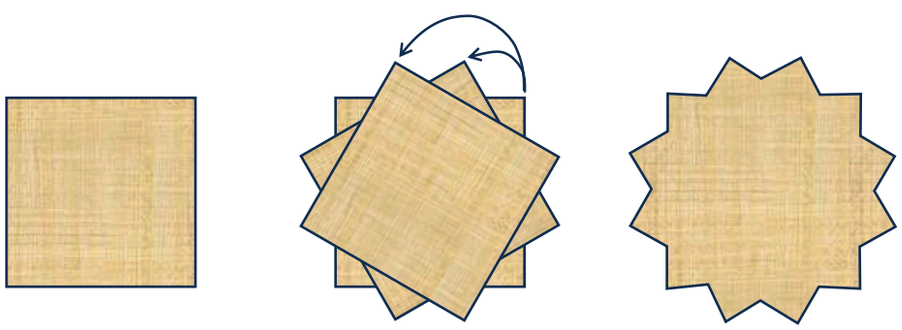
a) Çokgenleri içeren problemlerin parçalarını (nicelik, şekil gibi) belirler.
b) Problemin parçaları arasındaki ilişkileri belirler.
c) Problemin bileşenlerini ve aralarındaki ilişkileri bağlama uygun olarak matematiksel temsillere dönüştürür.
ç) Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemin öncüllerini ve ulaşmak istediği sonucu kendi ifadeleri ile açıklar.
d) Problemin çözümü için stratejiler geliştirir.
e) Geliştirdiği stratejileri kullanarak problemi çözer.
f) Çözümünü kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.
g) Problemin olası farklı çözüm stratejilerini inceleyerek problemin çözümüne ilişkin deneyimini gözden geçirir.
ğ) Deneyimine dayalı olarak çözüme ulaştıran stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğine ilişkin çıkarım yapar.
h) Ulaştığı çıkarımların geçerliliğini değerlendirir.

MAT.11.2.5

AHŞAP PLAKALAR



Ali Usta, tarihî bir kapının restorasyonunda kullanılmak üzere bir yıldız motifi hazırlamaktadır. Bunun için her birinin kenar uzunluğu 30 cm olan kare biçimindeki üç ahşap plakayı, üstten görünümde merkezleri ve kenarları çakışacak biçimde üst üste yerleştirir. Plakaların başlangıç konumu Şekil I de gösterilmiştir.



Şekil I Şekil II Şekil III

Ali Usta, alttaki plakayı sabit tutar. Ortadaki plakayı ortak merkez etrafında saat yönünün tersine 30°, üstteki plakayı ise aynı yönde 60° döndürür. Her iki dönme açısı da plakaların başlangıç konumuna göre belirlenmiştir.

Şekil II de plakaların döndürülmesinden sonraki üstten görünümü modellenmiştir. Ali Usta, bu görünümün dış sınırını ahşap yüzeye aktararak Şekil III teki yıldız motifini oluşturur.

Ali Usta, oluşturduğu motifin geometrik özelliklerini incelemek ve kapladığı bölgenin alanını hesaplamak istemektedir.

1. **Yıldız motifinin sınırını oluşturan çokgenin kenar ve köşe sayılarını, iç açılarının ölçülerini ve simetri özelliklerini yazınız.**

   Motifin sınırı, 12 dışbükey ve 12 içbükey köşesi bulunan 24 kenarlı bir içbükey çokgen oluşturur. Dışbükey köşeler karelerin köşeleri olduğundan bu köşelerdeki iç açıların her biri 90° dir. İçbükey köşelerdeki açılar simetri nedeniyle birbirine eşittir. Bu açılardan birinin ölçüsü 240° dir. Karşılıklı köşeleri birleştiren köşegenler, açıortay ve simetri eksenidir.

2. **Eşkenar üçgen biçimindeki eş plakalarla on iki uçlu bir yıldız motifi oluşturulup oluşturulamayacağını gerekçesiyle açıklayınız.**

   Eşkenar üçgen biçimindeki dört eş plakayla on iki uçlu bir yıldız motifi oluşturulabilir. Üst üste çakıştırılan dört eş eşkenar üçgen plakadan biri sabit tutulur. Diğerleri ortak merkez etrafında, başlangıç konumlarına göre saat yönünün tersine sırasıyla 30°, 60°, 90° döndürüldüğünde on iki uçlu yıldız motifi oluşur.

3. **On iki uçlu yıldız motifi oluşturabilmek için başka hangi çokgen plakaların kullanılabileceğini gerekçesiyle açıklayınız.**

   Köşe sayıları 12 nin çarpanı olan (örneğin 3, 4, 6 gibi) düzgün çokgenler, merkezleri ve kenarları çakışık şekilde üst üste yerleştirilip uygun açılarla döndürüldüğünde simetrik olarak on iki uçlu yıldız motifi oluşturulabilir.

4. **Ali Usta'nın hazırladığı yıldız motifindeki yıldızın tüm uç noktalarını birleştirdiğinizde dışta oluşan çokgene göre tabloyu doldurunuz.**

Çokgenin Adı	Kenar Sayısı	İç Açıların Ölçüleri Toplamı	Bir İç Açısının Ölçüsü	Köşegen Sayısı
Onikigen	12	1800°	150°	54

5. Ali Usta oluşturduğu yıldız motifinin üst yüzünün alanını hesaplamak istiyor.

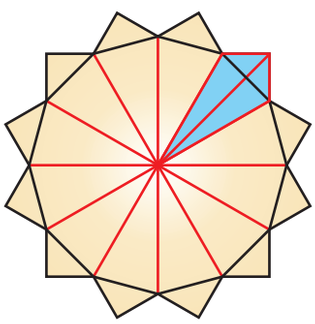
   a) Ali Usta'nın kareleri döndürmesi sonrasında, birbiriyle çakışan bölgeler ve bu bölgelerin dışında kalan üçgensel bölgelerin alanları arasındaki geometrik ilişkiyi açıklayınız.

   Karelerin 30° ve 60° lik açılarla döndürülmesi, kenarların üst üste çakışmasını engeller. Döndürme işlemi sonrasında karelerin üst üste olduğu bölgede bir çokgen ve bu çokgen dışında da üçgensel bölgeler oluşur. Dönme açılarının ölçülerinin büyüklüğü, üçgensel bölgelerin taban uzunluklarını ve yüksekliklerini doğrudan belirler.

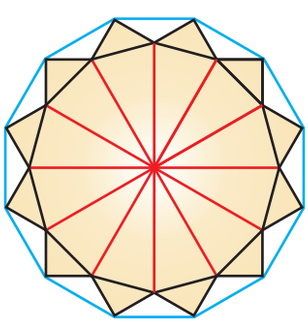
b) Yıldız motifinin alanını hesaplamak için farklı çözüm stratejileri geliştiriniz. Her stratejide hangi geometrik şekillerden ve alan ilişkilerinden yararlanacağınızı açıklayınız.

Strateji 1: Motifin kapladığı bölgeyi parçalara ayırıp bu parçaların alanlarını toplayarak motifin alanını hesaplayabiliriz.

- Yıldız motifinin içbükey köşeleri ile merkezi, doğru parçaları ile birleştirilerek motif içinde 12 eş deltoid oluşturulur. Bu deltoidlerin alanları toplanarak motifin alanı hesaplanır.
- Yıldız motifinin ardışık içbükey köşeleri doğru parçalarıyla birleştirilerek motifin içinde bir onikigen oluşturulur. Bu onikigenin alanı ile onikigenin dışında, motifin içinde kalan 12 eş üçgenin alanları toplanarak motifin alanı hesaplanır.



Strateji 2: Yıldız motifinin ardışık dışbükey köşeleri birleştirilerek motifi içine alan bir onikigen oluşturulur. Bu onikigenin alanından, onikigenin içinde ancak motifin dışında kalan 12 eş üçgenin alanları toplamı çıkarılarak motifin alanı bulunur.



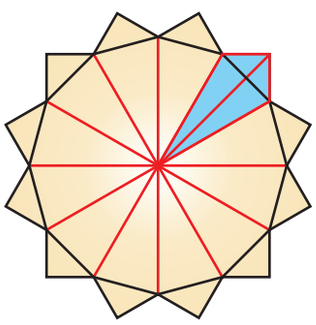
c) Planladığınız stratejilerde bilinen ahşap plaka ölçüleri ve açı değerlerinin alan hesaplamasında nasıl kullanılacağını ve yıldız motifinin toplam yüzey alanına nasıl ulaşılacağını kendi cümlelerinizle ifade ediniz.

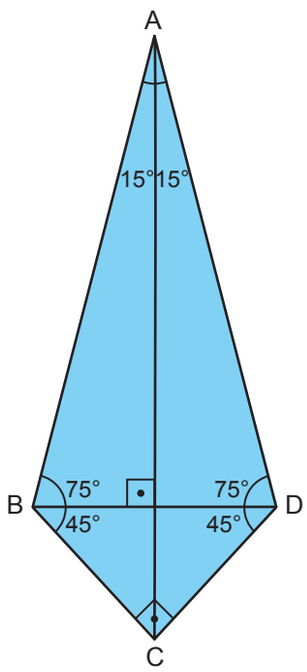
Bu değerlerin diğer açı ölçüleri ve uzunluklar bulunurken kullanılması, alan formüllerinde yerine konulmasıyla yıldız motifinin tüm yüzeyinin toplam alanını hesaplayabiliriz.

ç) b de planladığınız stratejilerinizle Ali Usta'nın hazırladığı yıldız motifinin kapladığı alanı hesaplayınız.

STRATEJİ 1 İLE ALAN HESABI

Motifin Alanının, Deltoidlerin Alanlarının Toplamı Biçiminde Hesaplanması





$[AC]$ uzunluğu karenin köşegeninin yarısı olduğundan ikizkenar dik üçgenden yararlanarak $|AC| = 15\sqrt{2}$ cm buluruz.

Sinüs teoreminden $|AD|$ nu buluruz.

$$\frac{\sin 120°}{|AC|} = \frac{\sin 45°}{|AD|} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{15\sqrt{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{|AD|} \Rightarrow |AD| = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

Kosinüs teoreminden $|BD|$ nu buluruz.

$$|BD|^2 = |AB|^2 + |AD|^2 - 2|AB|\cdot|AD|\cdot\cos 30° \Rightarrow |BD|^2 = 300 + 300 - \frac{600\sqrt{3}}{2}$$

$|BD|^2 = 600 - 300\sqrt{3} \Rightarrow |BD| = \sqrt{600 - 300\sqrt{3}}$ cm olur.

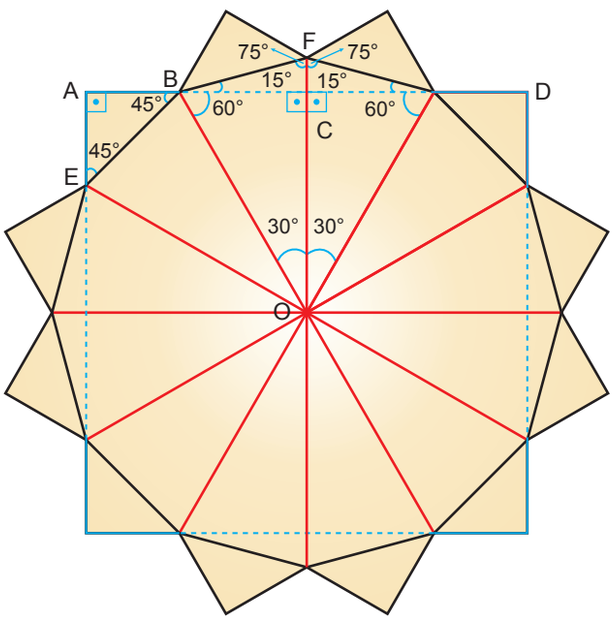
Şeklimiz deltoid olduğundan

Alanı $A(ABCD) = \frac{|AC|\cdot|BD|}{2} = \frac{150\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}}{2} = 75\sqrt{12 - 2\sqrt{27}} = 75\cdot(\sqrt{9} - \sqrt{3}) = 225 - 75\sqrt{3}$ cm^2

On iki uçlu yıldızın alanı 12 deltoidin alanları toplamına eşit olduğundan

On iki uçlu yıldızın alanı $12\cdot(225 - 75\sqrt{3}) = 2700 - 900\sqrt{3}$ cm^2 dir.

Motifin Alanının, Üçgenlerin Alanlarının Toplamı Biçiminde Hesaplanması



Kare plakaların kenar uzunluğu 30 cm olduğu için $|OC| = 15$ cm dir.

$\widehat{BOC}$ nde $|BC| = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$ cm ve $|OB| = 2 \cdot |BC| = 2 \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ cm bulunur. $(30° - 60° - 90°)$

$\widehat{BOF}$ nde $|OB| = |OF| = 10\sqrt{3}$ cm ve $A(\widehat{BOF}) = \frac{1}{2} \cdot |OB| \cdot |OF| \cdot \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}$

$= 75$ cm^2 bulunur.

Bu durumda merkezde oluşan onikigenin alanı $12 \cdot 75 = 900$ cm^2 bulunur.

$\widehat{BOF}$ nde kosinüs teoreminden,

$|BF|^2 = |OB|^2 + |OF|^2 - 2 \cdot |OB| \cdot |OF| \cdot \cos 30°$

$= (10\sqrt{3})^2 + (10\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 10\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 300 + 300 - 300\sqrt{3}$

$= 600 - 300\sqrt{3}$ bulunur.

$|BF|^2 = |BE|^2$ dir.

AEB ikizkenar üçgeninde $\frac{|EB|}{\sqrt{2}} = |AB| = |AE|$ olduğu için

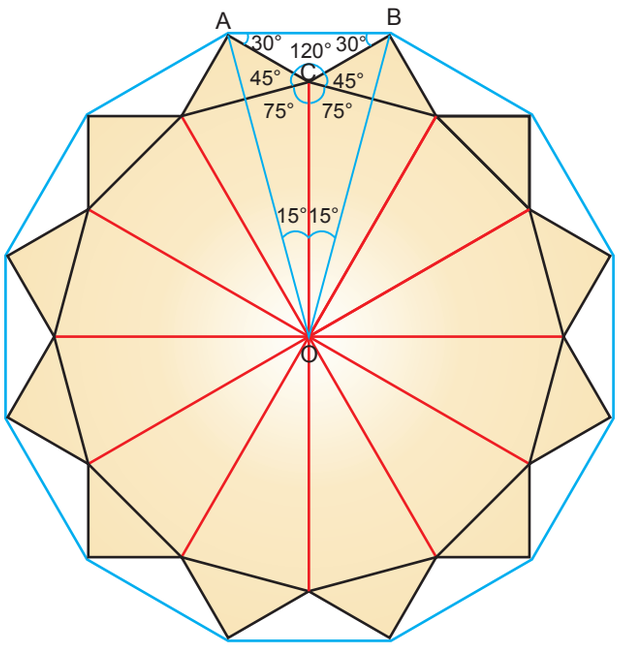
$$A(\widehat{AEB}) = \frac{|AB| \cdot |AE|}{2} = \frac{|AB| \cdot |AB|}{2} = \frac{|AB|^2}{2} = \frac{\left(\frac{|EB|}{\sqrt{2}}\right)^2}{2}$$

$$= \frac{|EB|^2}{4} = \frac{600 - 300\sqrt{3}}{4} = (150 - 75\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

Eş üçgenlerin toplam alanı $12 \cdot (150 - 75\sqrt{3}) = (1800 - 900\sqrt{3})$ cm^2

Motifin bir yüzünün alanı $900 + 1800 - 900\sqrt{3} = (2700 - 900\sqrt{3})$ cm^2

STRATEJİ 2 İLE ALAN HESABI



$|OA|$ ve $|OB|$, karenin köşegen uzunluğunun yarısına eşittir.

$$A(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2}\cdot|OA|\cdot|OB|\cdot\sin 30°$$
$$= \frac{1}{2}\cdot 15\sqrt{2}\cdot 15\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\ \text{cm}^2$$
$$= \frac{225}{2}\ \text{cm}^2$$

Çokgenin alanı $12\cdot\frac{225}{2} = 6\cdot 225 = 1350\ \text{cm}^2$

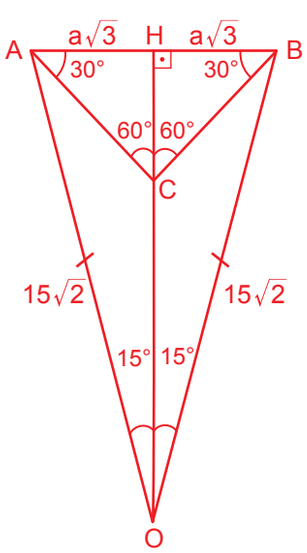
$m(\widehat{ACB}) = 120°$ ve $|AC| = |BC|$ dir.

$30° - 60° - 90°$ üçgeninin özelliğinden $|CH| = a$ cm olmak üzere $|AH| = a\sqrt{3}$ cm olur.

Kosinüs teoreminden;

$$|AB|^2 = (15\sqrt{2})^2 + (15\sqrt{2})^2 - 2\cdot 15\sqrt{2}\cdot 15\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 450 + 450 - 450\sqrt{3}$$
$$(2a\sqrt{3})^2 = 900 - 450\sqrt{3}$$
$$12a^2 = 900 - 450\sqrt{3}$$

$$A(\widehat{ACB}) = \frac{a\cdot 2a\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3}$$



12 tane eş üçgenin alanları toplamı,

$$12\cdot a^2\sqrt{3} = 12a^2\sqrt{3}$$
$$= (900 - 450\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}$$
$$= (900\sqrt{3} - 1350)\ \text{cm}^2$$

Motifin bir yüzünün alanı $= 1350 - (900\sqrt{3} - 1350) = (2700 - 900\sqrt{3})\ \text{cm}^2$ bulunur.

d) Yıldız motifinin alanını hesaplamak için uyguladığınız stratejilerin işlem adımlarını karşılaştırınız. İşlem yoğunluğu bakımından hangi stratejiyi daha avantajlı bulduğunuzu değerlendiriniz.

Uygulanan stratejilerdeki işlem adımları karşılaştırılır.

ÖRNEK CEVAP: Motifin kapladığı alanı parçalara ayırarak hesap yapmak (Strateji 1) daha avantajlıdır.

e) Kare plakaların boyutları veya kullanılan çokgenlerin türleri değiştirildiğinde, d de seçtiğiniz stratejinin uygulanabilirliğini değerlendiriniz. Stratejinin hangi koşullarda aynı biçimde kullanılabileceğini, hangi durumlarda yeniden düzenlenmesi gerektiğini matematiksel gerekçelerle açıklayınız.

ÖRNEK CEVAP: Bu alan parçalama stratejisi; düzgün altıgenlerin, sekizgenlerin veya daire dilimlerinin merkez çakışık döndürülmesiyle oluşturulan benzer süsleme ve mozaik problemlerine doğrudan uyarlanabilir.

f) d de belirlediğiniz stratejinin farklı boyutlardaki kare veya farklı türde çokgen plakalarla oluşturulan motiflerin alanlarını hesaplamada uygulanabilirliğini değerlendiriniz. Stratejinin aynı biçimde uygulanabileceği ve yeniden düzenlenmesi gereken durumları matematiksel gerekçelerle açıklayınız.

ÖRNEK CEVAP: Motifin kapladığı bölgeyi parçalara ayırıp bu parçaların alanlarını toplayarak alan hesaplama stratejisi farklı boyutlardaki kare veya farklı türde çokgen plakaların döndürülmesiyle oluşturulan motiflerin alanlarını hesaplamaya uyarlanabilir. Ancak parçaların türü, sayısı ve eşliği değişebileceğinden, kullanılacak parçalar ve alan bağıntıları yeni motifin geometrik özelliklerine göre belirlenmelidir.

NOTLAR

Cevap anahtarına ulaşmak için karekodu okutunuz.

YAZILI PUSULASI

Çözümlere buradan ulaş

11. Sınıf Matematik Öğrenme Etkinlikleri Seti 2. Bölüm (2026-2027)

Telefonunun kamerasıyla ilgili QR kodunu okut.
Ekrandan okuyorsan QR koduna dokunabilirsin.

CEVAP VE ÇÖZÜMLER

Yazılı cevaplar ve çözüm sayfası
Ücretsiz erişim

VİDEO ÇÖZÜMÜ

Bu PDF'nin ilgili videosu ve durumu
Premium videolar uygulamada açılır

Video henüz eklenmediyse sağdaki sayfada belirtilir.
Video sonradan eklendiğinde aynı QR kodu kullanılabilir.

Bu erişim kartı Yazılı Pusulası tarafından eklenmiştir.
Önceki soru ve cevap sayfaları değiştirilmemiştir.
kaynaklar.net