



ÖLÇME, DEĞERLENDİRME VE SINAV HİZMETLERİ
GENEL MÜDÜRLÜĞÜ

TÜRKİYE YÜZYILI MAARİF MODELİ ÖĞRENME ETKİNLİKLERİ

10. Sınıf

MATEMATİK

CEVAP ANAHTARI

İÇİNDEKİLER

MAT.10.3.1. Sayma stratejileri kullanarak problem çözebilme

3

- a) Verilen sayma problemindeki sayılacak nesneleri belirler.
- b) Sayma problemlerinde yer alan nesneler arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Problem durumlarındaki sözel ifadeleri görsel temsillere dönüştürür.
- ç) Problem durumlarını onlara eş olan başka problem durumlarıyla ya da uygun görsel, tablo veya cebirsel temsillerle yeniden ifade eder.
- d) Sayma problemlerindeki farklı durumlara uygun çözüm stratejisi oluşturur.
- e) Seçtiği çözüm stratejisini kullanır.
- f) Seçtiği çözüm stratejisini kontrol eder.
- g) Sayma problemlerindeki olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- ğ) Sayma problemlerinde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- h) Sayma problemlerinde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımları değerlendirir.

MAT.10.3.2. Cebirsel ve fonksiyonel işlemleri algoritmik bir dille yapılandırabilme

7

- a) Karşılaşılan problem durumlarındaki cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritmik yapısını ortaya koyar.
- b) Ön bilgilerini kullanarak cebirsel ve fonksiyonel yapılar ile bu yapıların algoritmaları arasında uyumlu bir bütün oluşturur.

MAT.10.5.1. Dik koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklık ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarıyla ilgili çıkarım yapabilme

12

- a) Dik koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısı ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarıyla ilgili varsayımda bulunur.
- b) Farklı örnekler üzerinden varsayımlarına yönelik örüntüleri geneller.
- c) İki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- ç) İki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarına yönelik önermeler sunar.
- d) Önermeleri gerçek yaşam problemleri bağlamında değerlendirir.

MAT.10.5.2. Dik koordinat sistemini doğrunun özelliklerini incelemek ve doğru ile ilgili problemleri çözebilmek için uygun bir temsil aracı olarak kullanabilme

16

- a) Dik koordinat sistemini doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını belirlemede araç olarak tanır.
- b) Karşılaştığı problem durumlarında dik koordinat sistemini doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını belirlemede uygun bir temsil aracı olarak seçer.
- c) Dik koordinat sistemini doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını temsil etme aracı olarak kullanır.

MAT.10.7.1. Koşullu olasılık ile çıkarım yapabilme

21

- a) Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlara ilişkin mevcut olasılık bilgisini kullanarak varsayımda bulunur.
- b) Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarına ilişkin olası tüm çıktıları listeler.
- c) Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu ya da olmadığı durumlarda olası tüm çıktıların sayısı ile istenen durumların sayısını karşılaştırır.
- ç) Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını hesaplamaya yönelik matematiksel önerme sunar.
- d) Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu ya da olmadığı gerçek yaşam durumlarının olasılığını koşullu olasılık ile değerlendirir.

MAT.10.7.2. Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını mevcut bilgiye/veriye dayalı tahmin edebilme

25

- a) Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına ilişkin mevcut bilgileri kullanır.
- b) Mevcut bilgileri kullanarak Bayes teoremine dayalı hesaplama yapar.
- c) Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına ilişkin ileriye yönelik yargıda bulunur.

FOTOĞRAF DOSYALARI

Bir fotoğrafçı, ülkemizin tarihî ve kültürel yerlerinde çektiği fotoğrafları çözünürlüklerine göre bilgisayarında üç ayrı klasörde saklamaktadır. Klasörlerle ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir.

- Yüksek çözünürlük: Dosya boyutu 10 MB tan büyük olanlar
- Orta çözünürlük: Dosya boyutu 5 MB ile 10 MB arasında olanlar
- Düşük çözünürlük: Dosya boyutu 5 MB tan küçük olanlar

Klasörlerde yer alan fotoğraflar ve bu fotoğrafların dosya boyutları aşağıdaki görselde verilmiştir.



1. Fotoğrafçıdan, hazırlanacak bir afiş için biri orta çözünürlük, diğeri yüksek çözünürlük klasörlerinden seçilen iki fotoğrafın yan yana yer aldığı bir kolaj hazırlaması istenmiştir.

a) Kolaj oluşturulurken kullanılacak fotoğraf dosyalarını belirleyiniz.

Pamukkale, Topkapı Sarayı ve Nemrut Dağı isimli fotoğraf dosyaları, boyutları 5 MB ile 10 MB arasında olan orta çözünürlüklü dosyalardır.

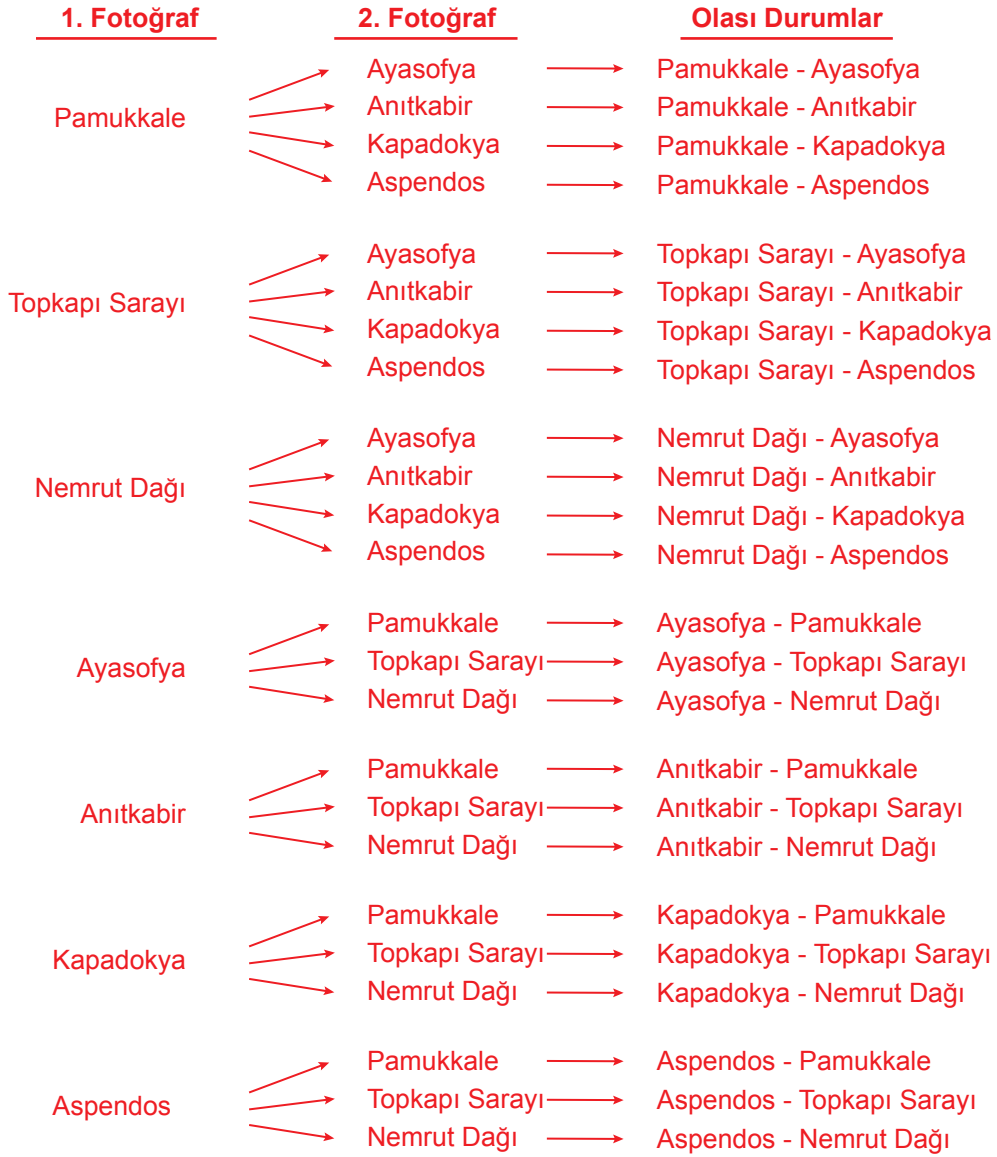
Ayasofya, Anıtkabir, Kapadokya ve Aspendos isimli fotoğraf dosyaları, boyutları 10 MB tan büyük olan yüksek çözünürlüklü dosyalardır.

b) Kolaj oluşturulurken kullanılacak fotoğraf dosyaları arasındaki ilişkiyi belirleyiniz.

Orta çözünürlüklü; Pamukkale, Topkapı Sarayı, Nemrut Dağı isimli fotoğraf dosyaları boyutları 5 MB ile 10 MB arasında olan dosyalardır. Yüksek çözünürlüklü; Ayasofya, Anıtkabir, Kapadokya, Aspendos isimli fotoğraf dosyaları boyutları 10 MB tan büyük olan dosyalardır.

Kolaj oluşturulurken; orta ve yüksek çözünürlüklü fotoğraflar arasında, her bir orta çözünürlüklü fotoğrafın her bir yüksek çözünürlüklü fotoğraf ile eşleştirilebildiği bir ilişki vardır.

c) Kaç farklı kolaj hazırlanabileceğini çizge yöntemiyle bulunuz.



ç) Kolaj oluşturulurken fotoğrafların yerleştirilme sırasının önemli olup olmadığını açıklayınız.

İki fotoğrafın yan yana olduğu bir kolajdaki fotoğraflar yer değiştirildiğinde yeni bir kolaj elde edilmiş olur.

d) Oluşturulabilecek kolaj sayısını bulmak için farklı bir çözüm stratejisi geliştiriniz ve geliştirdiğiniz stratejinin doğruluğunu kontrol ediniz.

İlk fotoğraf orta çözünürlük klasöründen seçilsin.

Örneğin bu fotoğraf Pamukkale olsun. Bu durumda, Pamukkale fotoğrafının yanına yüksek çözünürlük klasöründen Ayasofya, Anıtkabir, Kapadokya, Aspendos olmak üzere 4 farklı fotoğraf dosyası yerleştirilebilir. Bu nedenle ilk fotoğrafın Pamukkale olduğu 4 farklı kolaj oluşturulabilir.

Aynı durum orta çözünürlük klasöründeki Topkapı Sarayı ve Nemrut Dağı fotoğrafları için de geçerlidir. Dolayısıyla biri orta çözünürlük klasöründen diğeri yüksek çözünürlük klasöründen seçilerek oluşturulabilecek kolaj sayısı $3 \cdot 4 = 12$ olarak bulunur.

Ancak kolajda fotoğrafların yerleştirilme sırası önemli olduğundan her bir kolajda fotoğrafların yer değiştirmesi farklı bir sıralama oluşturur.

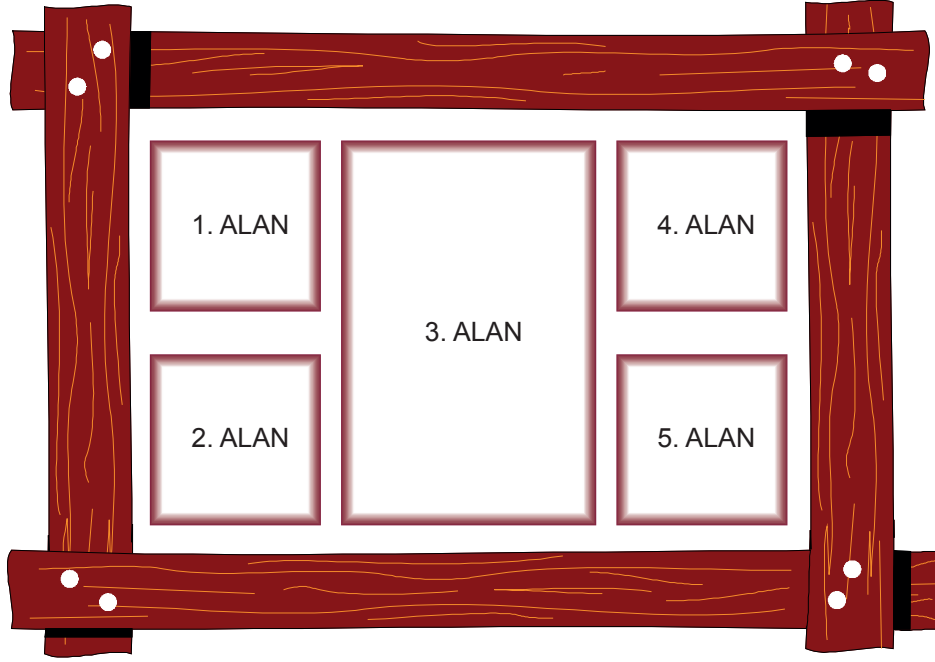
Bu nedenle toplam kolaj sayısı $2 \cdot 12 = 24$ olur.

Çizge yöntemiyle elde edilen sonuç ile geliştirilen çözüm stratejisinin sonucunun aynı olması, kullanılan stratejinin doğruluğunu göstermektedir.

e) Doğru sonuca ulaşmanızı sağlayan çözüm stratejisine ilişkin çıkarımlarınızı açıklayınız.

Ortak elemanı bulunmayan iki farklı nesne grubundan birer eleman seçilerek oluşturulan ikililerin sayısı, nesne gruplarındaki eleman sayılarının çarpımı ile bulunur.
Eğer oluşturulan ikililerde elemanların yer değiştirmesi farklı bir durum oluşturuyorsa elde edilen toplam durum sayısı 2 ile çarpılır.

2. Bir fotoğrafçı, düşük çözünürlük klasöründe bulunan beş fotoğrafın tamamını kullanarak aşağıdaki çerçevede bir kolaj hazırlayacaktır.
Hazırlanacak kolajda, 3. alana Mevlana Türbesi fotoğrafı, kenarlarda bulunan dört küçük alana kalan fotoğraflar yerleştirilecektir.



a) Fotoğrafçının, verilen çerçeve düzenine göre kaç farklı kolaj oluşturabileceği bulunuz.

Ortada yer alan Mevlana Türbesi fotoğrafı sabit olduğundan geriye kalan 4 fotoğraf kenarlardaki 4 farklı alana yerleştirilecektir.

1. alan için 4 farklı fotoğraf seçeneği vardır.

2. alan için (bir fotoğraf kullanıldığı için) 3 farklı seçenek kalır.

4. alan için (iki fotoğraf kullanıldığı için) 2 farklı seçenek kalır.

5. alan için (üç fotoğraf kullanıldığı için) 1 seçenek kalır.

Bu nedenle toplam kolaj sayısı $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ olarak bulunur.

b) Tüm fotoğrafların aynı klasörden seçilmesi ve her fotoğrafın kullanılmasının zorunlu olması, çözüm sürecinde hangi stratejiyi kullanmanıza neden olmuştur? Açıklayınız.

Dört boş alan ve bu alanlara yerleştirilecek dört farklı fotoğraf bulunmaktadır. Fotoğraflar aynı klasörden seçileceği ve her birinin yalnızca bir kez kullanılacağı için, her yerleştirmeden sonra kalan fotoğraf sayısı bir azalır.

Bu nedenle fotoğraf sayıları sırasıyla 4, 3, 2, 1 olur ve bu değerler çarpılarak toplam kolaj sayısı bulunur.

3. Fotoğrafçı, yüksek çözünürlük klasöründe bulunan 4 fotoğraftan yalnızca 2 tanesini baskı almak üzere seçecektir.

a) Seçilen fotoğrafların seçilme sırası önemli midir? Cevabınızı gerekçesiyle açıklayınız.

Fotoğrafların seçilme sırası önemli değildir. Çünkü bu durumda önemli olan, fotoğrafların hangi sırayla seçildiği değil, hangi fotoğrafların seçildiğidir.

b) Verilen 4 fotoğraftan 2 tanesi seçileceğine göre, kaç farklı seçim yapılabileceğini hesaplayınız.

Öncelikle 4 fotoğraftan 2 tanesinin sıralı seçimleri hesaplandığında $4 \cdot 3 = 12$ bulunur.

Ancak bu durumda aynı iki fotoğrafın yer değiştirmesi farklı bir seçim oluşturmaz. Bu nedenle her seçim 2 kez sayılmıştır.

İki fotoğrafın kendi aralarındaki sıralama sayısı $2 \cdot 1 = 2$ olduğundan tekrar sayımları önlemek için toplam durum sayısı bu değere bölünür. Sonuç $12 : 2 = 6$ olur.

c) Çözümünüzün doğruluğunu listeleme yöntemiyle kontrol ediniz.

Ayasofya - Anıtkabir	Anıtkabir - Kapadokya
Ayasofya - Kapadokya	Anıtkabir - Aspendos
Ayasofya - Aspendos	Kapadokya - Aspendos

- ç) “Bir öğrenci, 4 farklı şehir arasından 2 şehri gezi planına dahil edecektir. Buna göre kaç farklı gezi planı oluşturulabilir?”

Bu problem ile fotoğraf seçimi problemi arasında bir benzerlik olup olmadığını belirleyiniz. Belirlediğiniz durumu gerekçeleriyle açıklayınız.

İki problem arasında benzerlik vardır. Verilen problemde de fotoğraf seçimi probleminde olduğu gibi sıralama önemli değildir.

Her iki durumda da 4 farklı nesne arasından 2 nesne seçilmektedir.

4. Fotoğrafçı yüksek, orta ve düşük çözünürlük klasörlerinin her birinden birer fotoğraf seçerek bir sunum hazırlayacaktır. Seçilen fotoğrafların toplam dosya boyutu 20 MB ı geçmeyecektir.

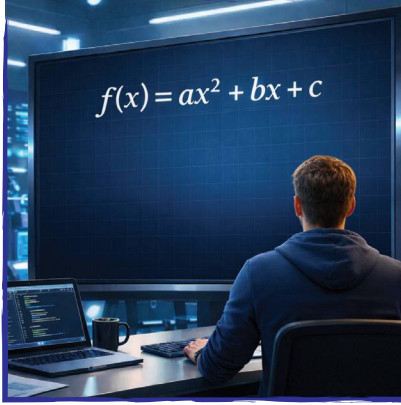
Buna göre, fotoğrafçının bu koşulu sağlayan fotoğraf seçimlerini yazınız.

Anıtkabir-Nemrut Dağı-Truva

Aspendos-Nemrut Dağı-Truva

Aspendos-Nemrut Dağı-Zeugma

HATA PAYI



Bir yazılım ekibi, otonom araçlar (sürücüsüz araçlar) için “Mesafe Belirleme” modeli geliştirmektedir. Modelin performansı, farklı işlem hızlarında test edilmekte ve gerçek nesne konumları ile tahmin edilen konumlar arasındaki hata payları hesaplanmaktadır. Yapılan analizler sonucunda, hata payının (m) işlem hızına (TFLOPS) bağlı karesel bir fonksiyonla modellenenildiği belirlenmiştir. Modelin en yüksek verimle çalışabilmesi için hata payının minimum olduğu işlem hızının belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla, yazılım arayüzünden elde edilen bazı veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Yazılım Arayüzünden Elde Edilen İşlem Hızı ve Hata Payı Değerleri

İşlem Hızı (TFLOPS)	Hata Payı (m)
5 ya da 9	33
3 ya da 11	13
6,5 ya da 7,5	9,25
7	9 (minimum)

Tablodaki verileri inceleyen bir yazılım mühendisi, hata paylarının eşit olduğu işlem hızlarının aritmetik ortalamasının, hata payının minimum olduğu işlem hızına eşit olduğunu fark etmiştir. Bu çıkarımdan hareketle bir algoritma geliştirmeye karar vermiştir.

Geliştirilen algoritmada, başlangıçta hata payı fonksiyonunun katsayıları ile minimum noktayı aralarında bulunduran iki tahmini işlem hızı değeri sisteme girilmektedir. Algoritma, bu iki değer aritmetik ortalamasını hesaplayarak hata payı daha yüksek olan değeri sistemden çıkarmakta ve yerine ortalama değeri almaktadır. Bu süreç, uç değerlerdeki hata payları eşitleninceye kadar tekrarlanmaktadır. Süreç sonunda, minimum hata payı ve bu değere karşılık gelen işlem hızı ekranda gösterilmektedir.

İşlem hızına bağlı hata payını veren f fonksiyonu $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) biçiminde, tahmini hız değerleri x_1 ve x_2 olarak veriliyor.

1. Buna göre mühendisin algoritmik yapıyı oluşturması için gereken adımları belirleyiniz.

- Hata payı fonksiyonunun katsayıları ve hata payının minimum olduğu işlem hızını aralarında bulunduran iki tahmini hız değeri ekrana girilir.
- Bu hız değerlerinin aritmetik ortalaması hesaplanır.
- Girilen tahmini hız değerleri ve ortalama hız değerinin hata payları hesaplanır.
- Ortalama hız değeri, hata payı yüksek olan tahmini hız değerinin yerine alınır.
- İşleme, hata payları eşitleninceye kadar devam edilir.
- Hata payları eşitlendiğinde hız değerlerinin ortalaması ve bu ortalamaya ait hata payı ekranda görünecektir.

2. Verilen algoritmanın işleyişini sözde kod, algoritmik doğal dil ve akış şeması kullanarak ifade ediniz.

SÖZDE KOD

Girdi: a,b,c,x1,x2 (Hata payı fonksiyonunun katsayıları ve tahminî hız değerleri)

Çıktı: Minimum hata payı ve minimum hata payını veren hız

Başla

a, b, c, x1, x2 yi oku.

$x3 = (x1 + x2) : 2$

$f(x1) = a \cdot x1^2 + b \cdot x1 + c$

$f(x2) = a \cdot x2^2 + b \cdot x2 + c$

$f(x3) = a \cdot x3^2 + b \cdot x3 + c$

$f(x1) = f(x2)$ İSE Yazdır "MİNİMUM HATA PAYI" $f(x3)$, "İŞLEM HIZI" x3

$f(x1) > f(x2)$ İSE $x1 = x3$ DEĞİLSE $x2 = x3$

Bitir

ALGORİTMİK DOĞAL DİL

1. adım: Başla

2. adım: Girdilerin Alınması

Fonksiyonun katsayılarını (a, b, c) ve tahminî hız değerlerini (x1, x2) kullanıcıdan al.

3. adım: Hızların Ortalamalarının Hesaplanması

Tahminî hız değerlerinin aritmetik ortalamasını bul. ($x3 = (x1 + x2) : 2$)

4. adım: Hata Paylarının Hesaplanması

Tahminî hız değerleri (x1 ve x2) ve ortalama hız değerine (x3) göre hata paylarını ($f(x1)$, $f(x2)$, $f(x3)$) hesapla.

5. adım: Koşul Kontrolü

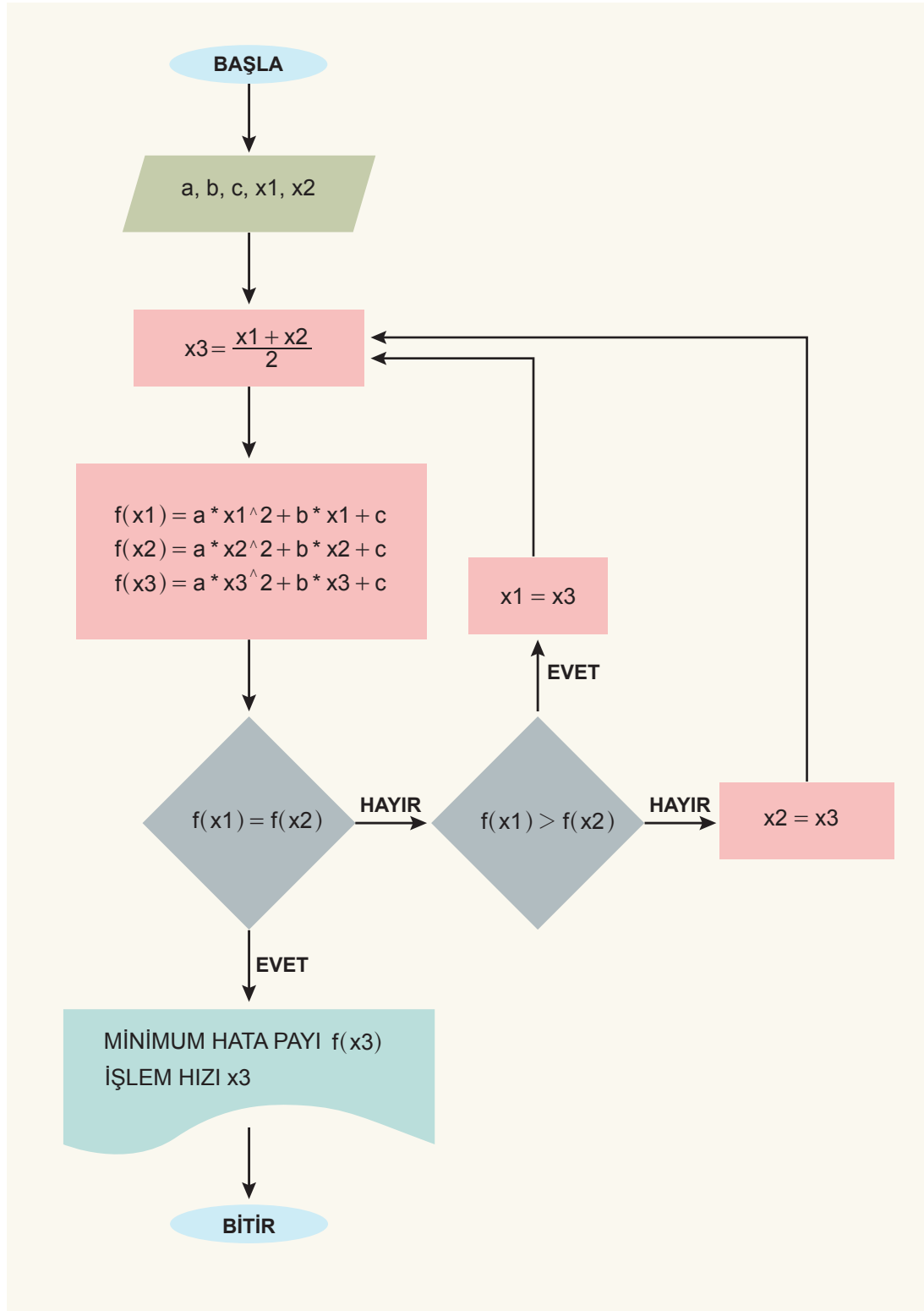
Tahminî hız değerlerine göre hata payları eşitse ($f(x1) = f(x2)$) ekrana MİNİMUM HATA PAYI $f(x3)$, İŞLEM HIZI x3 yazdır ve 7. adıma git değilse 6. adıma git.

6. adım: Döngü

Eğer $f(x1) > f(x2)$ ise x1 yerine x3 ü ata ve 3. adıma git değilse x2 yerine x3 ü ata ve 3. adıma git.

7. adım: Bitir

AKIŞ ŞEMASI



3. Algoritmanın işleyişini (sözde kod, algoritmik doğal dil ve akış şeması) ifade ederken hangi mantık bağlacına ihtiyaç duyulduğunu belirleyiniz ve bu bağlacın neden gerekli olduğunu açıklayınız.

“İse” bağlacı kullanılmıştır. Bu bağlaç koşulun karşılanması durumunda belirtilen bir işlemin gerçekleştirilmesini sağlar. Yazdığımız algoritmada hata paylarının eşit olup olmadığını veya hangi hızın daha yüksek hata verdiğini belirlemek için gereklidir.

4. Akış şemasında yer alan koşul ifadeleri arasındaki mantıksal ilişkiyi açıklayınız.

Algoritma; karar verme, hız değerleri arasındaki aralığı ortalama olarak daraltma ve koşul gerçekleşinceye kadar adımları yineleme üzerine kurulmuştur. Birinci koşul, aranan minimum değere ulaşma koşuludur. Eğer bu eşitlik sağlanmazsa hangi hız değeri için hata payının minimum hata payından daha büyük olduğu değerlendirilir. Bu ilişki sayesinde algoritma, her adımda aralığı daraltarak minimum değere yaklaşır.

5. İşlem hızına bağlı hata payını veren f fonksiyonu $f(x) = 2x^2 - 40x + 203$ biçiminde modelleniyor.

a) Buna göre hata payının minimum değerini ve bu değeri sağlayan işlem hızını, tam kareye tamamlama yöntemini kullanarak bulunuz.

$$f(x) = 2(x - 10)^2 + 3$$

Minimum Hata Payı: 3

Hata Payının Minimum Olduğu Hız Değeri: 10

b) Minimum hata payını veren işlem hızının 4 TFLOPS ile 20 TFLOPS arasında olduğu durumda, oluşturduğunuz algoritmayı bu aralık için uygulayarak test ediniz.

Fonksiyon: $f(x) = 2x^2 - 40x + 203$

1. adım: Başla.

2. adım: Girdilerin Alınması

2, -40, 203, 4, 20 (Fonksiyonun katsayıları ve tahmini hız değerleri)

3. adım: Hızların Ortalamalarının Hesaplanması

$$x_3 = (4 + 20) : 2 = 12$$

4. adım: Hata Paylarının Hesaplanması

$$f(x_1) = f(4) = 2 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4 + 203 = 2 \cdot 16 - 160 + 203 = 32 - 160 + 203 = 75$$

$$f(x_2) = f(20) = 2 \cdot 20^2 - 40 \cdot 20 + 203 = 2 \cdot 400 - 800 + 203 = 800 - 800 + 203 = 203$$

$$f(x_3) = f(12) = 2 \cdot 12^2 - 40 \cdot 12 + 203 = 2 \cdot 144 - 480 + 203 = 288 - 480 + 203 = 11$$

5. adım: Koşul Kontrolü

$f(4) \neq f(20)$ olduğu için 6. adıma gidilir.

6. adım: Döngü

$f(20) > f(4)$ olduğu için 20 yerine 12 atanır (sonraki adımda $x_1 = 4$ ve $x_2 = 12$ alınacak) ve 3. adıma gidilir.

3. adım (1. tekrar): Hızların Ortalamalarının Hesaplanması

$$x_3 = (4 + 12) : 2 = 8$$

4. adım (1. tekrar): Hata Paylarının Hesaplanması

$$f(x_1) = f(4) = 2 \cdot 4^2 - 40 \cdot 4 + 203 = 2 \cdot 16 - 160 + 203 = 32 - 160 + 203 = 75$$

$$f(x_2) = f(12) = 2 \cdot 12^2 - 40 \cdot 12 + 203 = 2 \cdot 144 - 480 + 203 = 288 - 480 + 203 = 11$$

$$f(x_3) = f(8) = 2 \cdot 8^2 - 40 \cdot 8 + 203 = 2 \cdot 64 - 320 + 203 = 128 - 320 + 203 = 11$$

5. adım (1. tekrar): Koşul Kontrolü

$f(4) \neq f(12)$ olduğu için 6. adıma gidilir.

6. adım (1. tekrar): Döngü

$f(4) > f(12)$ olduğu için 4 yerine 8 atanır (sonraki adımda $x_1 = 8$ ve $x_2 = 12$ alınacak) ve 3. adıma gidilir.

3. adım (2. tekrar): Hızların Ortalamalarının Hesaplanması

$$x_3 = (8 + 12) : 2 = 10$$

4. adım (2. tekrar): Hata Paylarının Hesaplanması

$$f(x_1) = f(8) = 2 \cdot 8^2 - 40 \cdot 8 + 203 = 2 \cdot 64 - 320 + 203 = 128 - 320 + 203 = 11$$

$$f(x_2) = f(12) = 2 \cdot 12^2 - 40 \cdot 12 + 203 = 2 \cdot 144 - 480 + 203 = 288 - 480 + 203 = 11$$

$$f(x_3) = f(10) = 2 \cdot 10^2 - 40 \cdot 10 + 203 = 2 \cdot 100 - 400 + 203 = 200 - 400 + 203 = 3$$

5. adım (2. tekrar): Koşul Kontrolü

$f(8) = f(12)$ olduğu için ekranda MİNİMUM HATA PAYI 3, İŞLEM HIZI 10 yazar.

7. adım: Bitir.

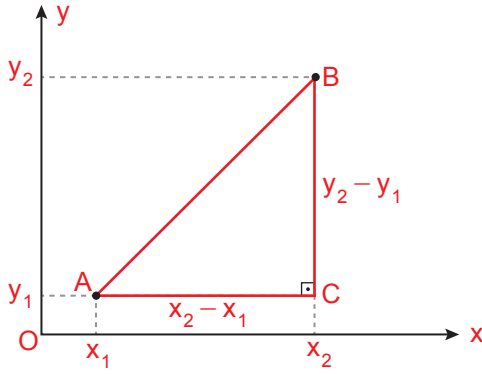
Sonuç doğru.



Bir teknoloji festivalinde düzenlenen lojistik robot yarışmasına katılan Oğuz'un tasarladığı robot, dik koordinat sistemi ile modellenmiş bir pistte doğrusal yollar boyunca hareket ederek yük taşıyacaktır. Robotun hedef noktaya ulaşabilmesi için izlenecek rota üzerindeki kritik noktaların koordinatlarının sisteme doğru şekilde girilmesi gerekmektedir.

1. Robotun işlemcisi, iki nokta arasındaki mesafeyi x ve y eksenlerindeki koordinat farklarını kullanarak hesaplamaktadır.

Buna göre başlangıç ve hedef noktaları arasındaki doğru parçasının uzunluğunu veren bağıntıyı, eksenlere paralel doğru parçalarından yararlanarak yazınız.



$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$$

$|AB|$, ACB dik üçgeninin hipotenüsüdür.

$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ olarak bağıntısı elde edilir.

Robotun harekete başladığı nokta $A(1,1)$ ve ilk hedefi olan paket alım noktası $B(9,7)$ olarak belirlenmiştir.

2. Robotun A noktasından B noktasına ulaşması için katetmesi gereken mesafenin kaç birim olduğunu bulunuz.

$A(1,1)$ ve $B(9,7)$ noktaları için,

$$\begin{aligned} |AB| &= \sqrt{(9-1)^2 + (7-1)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ birim} \end{aligned}$$

3. Robot sabit hızla saniyede 2 birim yol alabildiğine göre A noktasından B noktasına ulaşması için geçen süreyi bulunuz.

$$\text{Yol} = \text{Hız} \cdot \text{Zaman}$$

$$x = V \cdot t$$

$$|AB| = V \cdot t$$

$$10 = 2 \cdot t \Rightarrow t = 5 \text{ saniye}$$

4. Robot B(9,7) noktasından aldığı paketini C(29,22) noktasındaki teslimat alanına ulaştıracaktır. Güvenlik yazılımı gereği, robotun yol üzerinde hızını düşürmesi gereken bir Y yavaşlama noktası belirlenmektedir.

- a) Buna göre, B ile C noktalarını birleştiren doğru parçasının orta noktası Y olarak seçildiğinde, Y noktasının koordinatlarını bulunuz.

Verilen noktalar

B(9,7) ve C(29,22)

$$Y\left(\frac{9+29}{2}, \frac{7+22}{2}\right)$$

$$Y\left(\frac{38}{2}, \frac{29}{2}\right)$$

$$Y\left(19, \frac{29}{2}\right)$$

- b) Y noktası [BC] nı $\frac{|BY|}{|YC|} = \frac{3}{2}$ oranında içten bölen bir nokta olarak seçildiğinde Y noktasının koordinatlarını bulunuz.

$$\frac{|BY|}{|YC|} = \frac{3}{2}, B(9,7), C(29,22)$$

$$Y(x,y) \text{ olmak üzere } \frac{x-9}{29-x} = \frac{3}{2} \text{ olduğundan } x = 21 \text{ olur.}$$

$$\frac{y-7}{22-y} = \frac{3}{2} \text{ olduğundan } y = 16 \text{ olur.}$$

$$Y(21,16) \text{ bulunur.}$$

5. Robot, B(9,7) noktasından hareket ederek [BC] doğrultusunda ilerlemektedir. Oğuz'un yaptığı eksik bir kodlama nedeniyle robot C(29,22) noktasındaki teslimat alanını geçerek [BC] nı $\frac{|BC|}{|CD|} = \frac{1}{2}$ oranında dıştan bölen bir D noktasına ulaşmıştır.

a) Buna göre, robotun ulaştığı D noktasının koordinatlarını bulunuz.

D(x,y) olmak üzere $\frac{29-9}{x-29} = \frac{1}{2}$ olduğundan $x = 69$ olur.

$\frac{22-7}{y-22} = \frac{1}{2}$ olduğundan $y = 52$ olur.

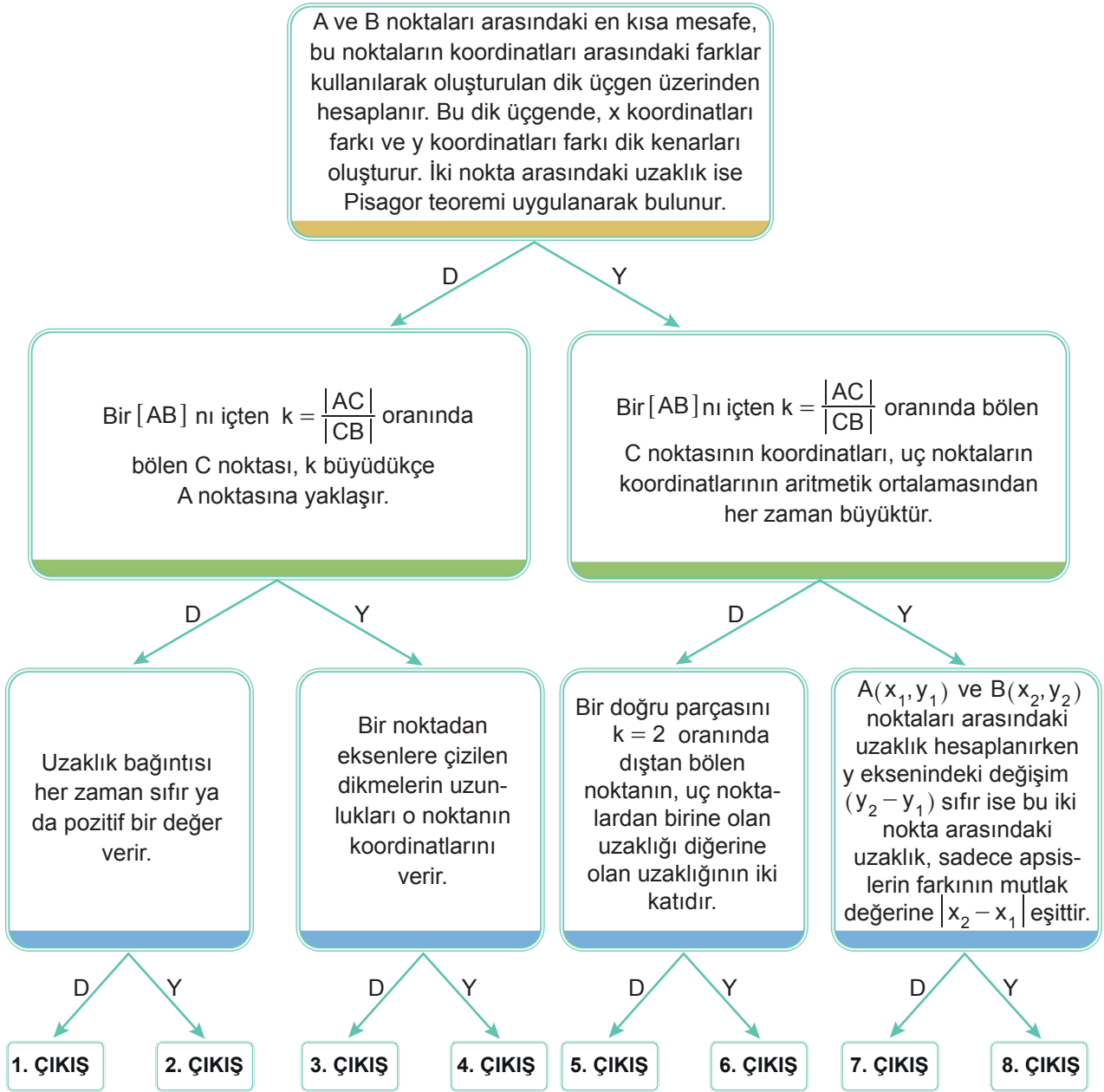
D(69,52) bulunur.

b) B noktasından aldığı paketi teslimat noktası olan C ye ulaştırırken anlık konumu K noktası ile gösterilmektedir.

Robotun paketi hatasız bir şekilde teslim edebilmesi için, güvenlik yazılımına eklenmesi gereken matematiksel kontrol şartını yazınız.

B noktasından alınan paketin teslimat noktası C, anlık konumu K olmak üzere robotun güvenlik yazılımına $|BK| \leq |BC|$ kontrol şartı eklenmelidir.

6. Aşağıda tanılayıcı dallanmış ağaçta yer alan ifadelerin her biri için Doğru (D) ya da Yanlış (Y) seçeneklerinden uygun olanı işaretleyiniz. İlk sorudan başlayarak verdiğiniz cevaplara göre ilerleyecek ve sonunda sekiz farklı çıkış noktasından birine ulaşacaksınız.



a) Hangi çıkışa ulaştığınızı yazınız.

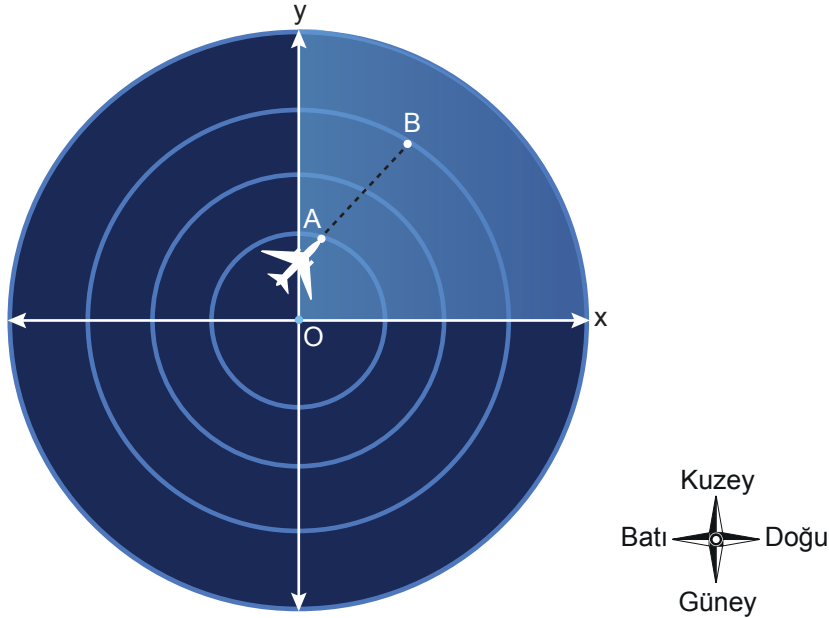
4. ÇIKIŞ

b) Çıkışa ulaşırken yanlış olduğunu belirlediğiniz ifadelerin doğrusunu yazınız.

- k oranı değıştikçe noktanın konumu değışir.
- $k < 1$ ise A ya daha yakındır.
- $k = 1$ ise orta noktadır.
- $k > 1$ ise B ye daha yakındır.
- k oranı büyüdükçe A noktasına değil B noktasına yaklaşır.
- Bir noktadan eksellere çizilen dikmelerin uzunlukları, o noktanın koordinatlarının mutlak değerlerini verir.

HAVA TRAFİK KONTROLÖRÜ

Hava trafik kontrolörleri, hava sahasında uçakların uçuş hareketlerini izlemek, iniş ve kalkışlar için yönlendirme yapmak ve artan hava trafiğini düzenlemek amacıyla radarları kullanırlar. Radar ekranı dik koordinat sisteminde ve radar ekranının merkezi $O(0,0)$ noktası olacak şekilde aşağıda modellenmiştir. Uçakların hareketleri radar ekranında doğrusal görünmektedir.



1. Radar ekranında bir uçağın $A(3,2)$ noktasından $B(8,7)$ noktasına ilerlediği tespit edilmiştir.

Buna göre,

- a) Verilen dik koordinat sistemi üzerinde uçağın rotasının bulunduğu doğrunun eğimini bulunuz.

$$m = \frac{7-2}{8-3} = 1 \text{ olur.}$$

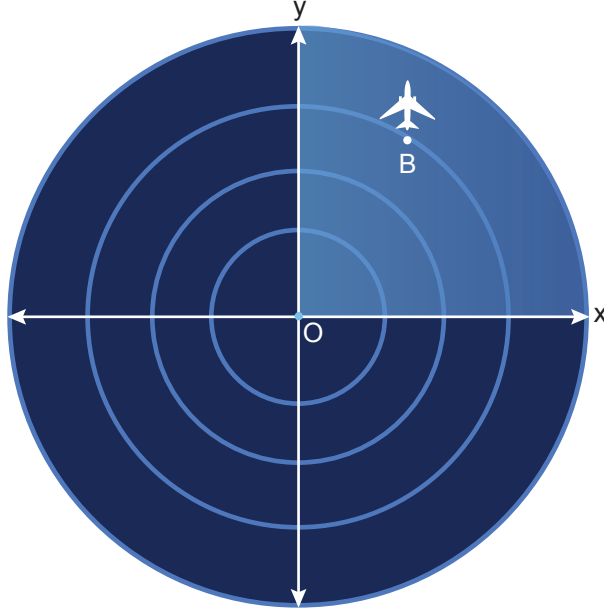
- b) Uçağın rotasının yönü aşağıdakilerden hangisidir?

A) Doğu B) Güneydoğu C) Güneybatı D) Kuzeydoğu E) Kuzeybatı

- c) Uçağın rotasının bulunduğu doğrunun denklemini yazınız.

$$\frac{y-2}{x-3} = 1 \Rightarrow y = x - 1 \text{ olur.}$$

2. Radar ekranında B(8,7) noktasından kuzeye doğru hareket eden uçak tespit edilmiştir.



a) Uçağın rotasının bulunduğu doğrunun eğim açısının ölçüsünün kaç derece olduğunu bulunuz.

Rotasının bulunduğu doğru x eksenine dik olduğu için eğim açısının ölçüsü 90° dir.

b) Uçağın rotasının bulunduğu doğrunun denklemini yazınız.

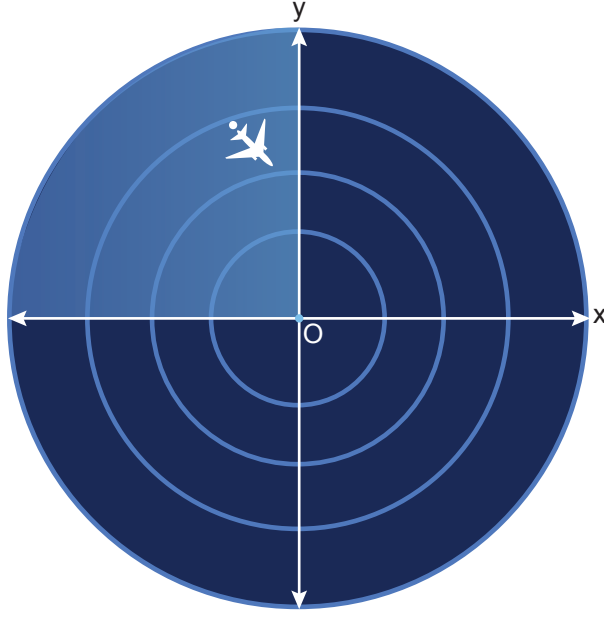
Doğrunun denklemi $x = 8$ dir.

c) Uçağın B noktasından batıya doğru hareket etmesi durumunda, uçağın rotasının bulunduğu doğru denklemini ve bu doğrunun eğim açısının ölçüsünü bulunuz.

Doğrunun denklemi $y = 7$ dir.

Rotasını veren doğru y eksenine dik olduğundan eğim açısının ölçüsü 0° dir.

3. Radar ekranında görülen bir uçağın iniş geçtiği rotanın bulunduğu doğru denklemi $x + 2y - 10 = 0$ şeklinde verilmiştir.



- a) Uçağın iniş rotasının bulunduğu doğrunun eğimini bulunuz.

$x + 2y - 10 = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 5$ olduğundan eğim $-\frac{1}{2}$ olur.

- b) Uçağın rotasının bulunduğu doğrunun x eksenine yaptığı eğim açısının çeşidini yazınız.

Eğim açısı geniş açıdır.

- c) Uçağın rotasının yönü ile rotasının bulunduğu doğrunun eğimi arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

Uçağın rotası güneydoğu yönünde olduğu için rotasının bulunduğu doğrunun eğim değeri negatiftir.

4. Radar ekranında görülen A ve B uçaklarının rotalarının bulunduğu doğru denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibi modellenmiştir.

$$2y = 3x + 1200$$

$$3x - 2y + 2400 = 0$$

Buna göre,

- a) A ve B uçaklarının rotalarının bulunduğu doğruların birbirlerine göre durumlarını açıklayınız.

$2y = 3x + 1200 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 600$ olduğundan A uçağının rotasının bulunduğu doğrunun eğimi $\frac{3}{2}$ olur.

$3x - 2y + 2400 = 0 \Rightarrow 2y = 3x + 2400 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 1200$ olduğundan B uçağının rotasının bulunduğu doğrunun eğimi $\frac{3}{2}$ olur.

Eğimleri aynı olduğu için rotaların bulunduğu doğrular birbirlerine paraleldir.

- b) A ve B uçaklarının rotalarını uçuş güvenliği açısından değerlendiriniz.

Rotalar paralel olduğu için uçuşlar güvenlidir.

5. Radar ekranında görülen C ve D uçaklarının rotalarının bulunduğu doğruların denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibi modellenmiştir.

$$x + 2y + 750 = 0$$

$$x + 2y + k = 0$$

Buna göre $k = 750$ olduğu durumda uçakların birbirlerine göre konumlarını belirleyiniz.

$k = 750$ olduğunda rotaların bulunduğu doğruların denklemleri aynı olur. Uçaklar aynı rotada hareket etmektedir.

6. Radar ekranında görülen E ve F uçaklarının rotalarının bulunduğu doğru denklemleri sırasıyla aşağıdaki gibi modellenmiştir.

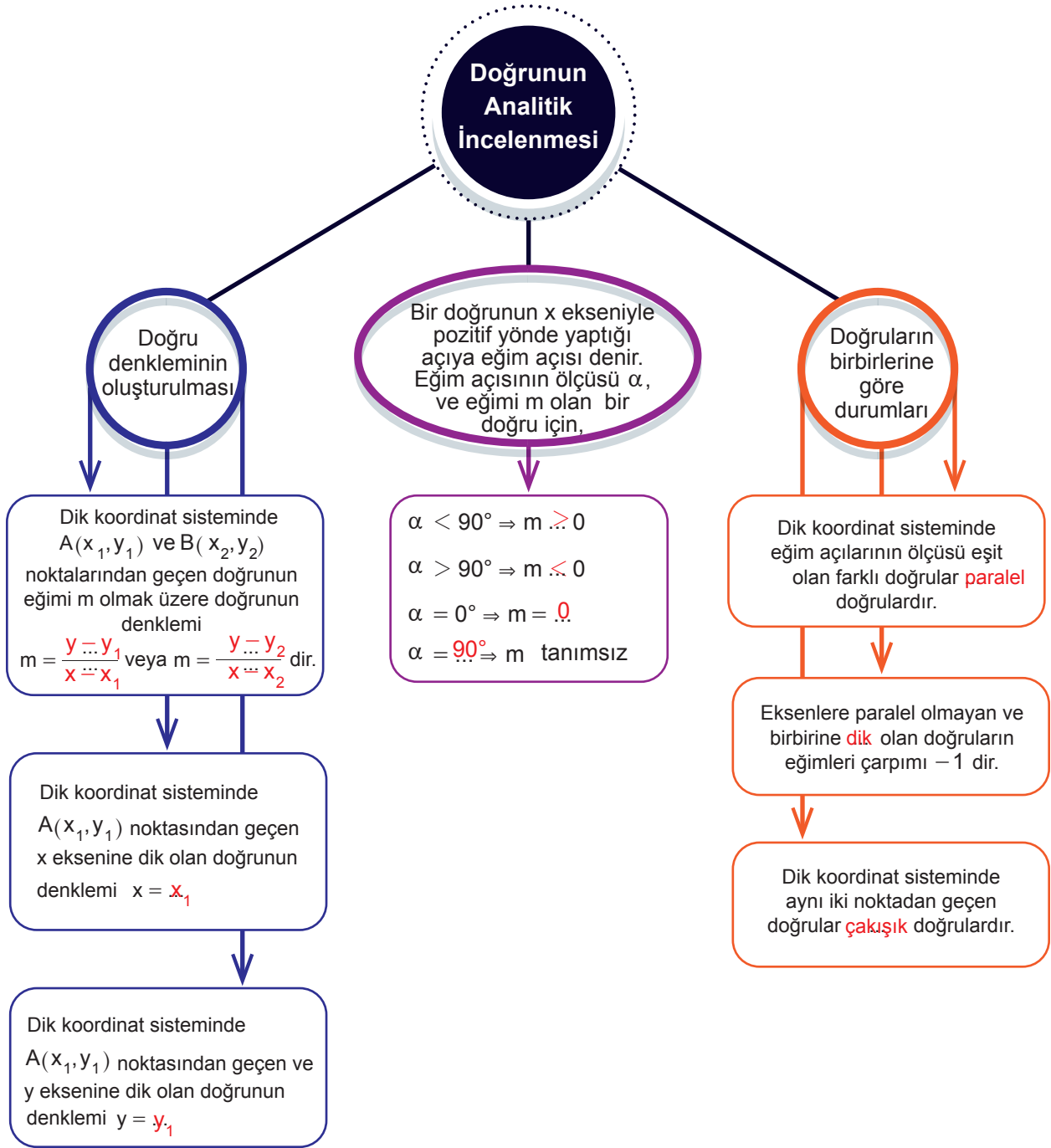
$$y = 4x - 3$$

$$y = -\frac{1}{4x} + 10$$

Buna göre E ve F uçaklarının rotalarının bulunduğu doğruların eğimini bularak uçuşlarını güvenli bir şekilde tamamlayabilmeleri için ne yapmaları gerektiğini açıklayınız.

E uçağının rotasını veren doğrunun eğimi 4, F uçağının rotasını veren doğrunun eğimi $-\frac{1}{4}$ olduğundan yerden yüksekliklerinin aynı olduğu durumda uçakların rotalarını veren doğrular birbirine diktir. Bu sebeple uçakların uçuşlarını güvenli bir şekilde tamamlayabilmeleri için yerden yüksekliklerinin aynı olmaması gerekir.

7. Aşağıda verilen kavram haritasındaki boşlukları uygun ifadelerle tamamlayınız.



ÇANAKKALE



Tarih: 8 Mart 1915 sabahı.

Yer: Çanakkale Boğazı

Durum: İtilaf Devletleri donanması boğazı geçmeye hazırlanıyor. Müstahkem Mevkii Komutanlığı, düşmanın manevra yapacağı bölgenin Erenköy Koyu olduğunu tespit etmiştir. Tophaneli Yüzbaşı Hakkı Bey komutasındaki Nusret Mayın Gemisi, boğaza döküleceği mayınları düşmanın beklediği gibi kıyıya dik değil, paralel olarak döşemiştir.

- Haritada boğaz 100 eş bölgeye ayrılmış ve bu bölgelerin 90 tanesi mayınsız, 10 tanesi mayınlı olarak modellenmiştir.

HMS Ocean gemisi boğaza giriş yaptı. Gemi kaptanı için boğazdaki 100 bölgenin her biri olası bir konumdur. Ancak Türk topçularının yoğun ateşi başladığında, gemi kaçmak için sadece manevra bölgesi olan 20 bölgeden oluşan Erenköy Koyu'na yönelmek zorunda kalmıştır.

1. HMS Ocean gemisi topçu ateşinden kaçmak için manevra bölgesine girdiği anda, geminin bulunabileceği bölgelerin oluşturduğu örnek uzayın eleman sayısının değişimini bulunuz.

100 iken 20 ye düşmüştür.

2. Nusret'in döşediği 10 mayınlı bölgenin tamamının, 20 bölgesik manevra sahası içinde olduğu bilindiğine göre, geminin mayına çarpma olasılığını bulunuz. Bulduğunuz olasılık değerini geminin topçu ateşi başlamadan önceki mayına çarpma olasılık değeri ile karşılaştırınız.

Geminin tüm Boğaz'ı rastgele geçerken mayına çarpma ihtimali %10 iken manevra bölgesinde mayına çarpma ihtimali %50 ye yükselmiştir.

M ve B iki olay olmak üzere

- M: Geminin mayınlı bölgeye girme olayı
- B: Geminin isabet alıp batma olayı

olarak veriliyor.

3. Bir geminin mayınlı bölgeye girdiği bilindiğine göre, bu geminin batma olasılığını matematiksel olarak ifade ediniz.

$P(B | M)$: Bir geminin mayınlı bölgeye girdiği bilindiğine göre bu geminin batma olasılığı

$P(B | M) = \frac{\text{Bir geminin mayınlı bölgeye girdiği durumda bu geminin batma olasılığı}}{\text{Bir geminin mayınlı bölgeye girme olasılığı}}$

İngiliz Amirali De Robeck'in aldığı raporda kıyıya dik olarak belirlenen rota üzerindeki A, B ve C bölgelerinde yapılan taramada mayına rastlanmadığı belirtilmiştir. Amiral bu rapora dayanarak "A, B, C temiz ise aynı rotanın devamında bulunan Erenköy bölgesi de temizdir." varsayımında bulunmuştur.

4. Nusret Mayın Gemisi'nin mayınları kıyıya paralel döşeme stratejisi, Amiralin bu varsayımını neden geçersiz kılmıştır? (Olayların bağımlı/bağımsız olması ilkesi üzerinden açıklayınız.)

Nusret'in mayınları kıyıya paralel döşemesi, olayların birbirine bağımlı olması durumunu ortadan kaldırmıştır. Amiral elindeki koşullu bilgiyi yanlış kurgulamış, bu olayların birbirlerine bağımlı olduğunu düşünerek hata yapmıştır.

Fransızların Bouvet zırhlısı, kıyı bataryalarımızı bombaladıktan sonra dönüş manevrası yaparken büyük bir patlama ile batmıştır.

O an Müttefik Komuta Merkezi'nde gözlemciler patlamanın sebebini anlamaya çalışmaktadır. İki ihtimal vardır:

Topçu Ateşi (T): Türk tabyalarından atılan bir mermi cephaneliği vurmuş olabilir.

Mayın (M): Gemi, Nusret'in döşediği bir mayına çarpmış olabilir.

Patlamanın sebebini topçu ateşi olma olasılığı %80, mayın olma olasılığı %20 dir.

Geminin 3 dakikada batma olayı C olmak üzere; sebep Topçu Ateşi ise geminin 3 dakikada batma olasılığı %5, sebep mayın ise geminin 3 dakikada batma olasılığı %90 dir.

5. Bouvet zırhlısının 3 dakikada battığı bilindiğine göre, gözlemciler patlamanın sebebini mayın olma olasılığını yüzde kaç olarak hesaplamışlardır?

$P(M | C)$: Bouvet zırhlısının 3 dakikada battığı bilindiğine göre sebebini mayın olma olasılığı.

$P(T) = \frac{80}{100}$, $P(C | T) = \frac{5}{100}$ o halde topçu ateşiyle geminin 3 dakikada batma olasılığı $\frac{4}{100}$ olur.

$P(M) = \frac{20}{100}$, $P(C | M) = \frac{90}{100}$ o halde mayınla geminin 3 dakikada batma olasılığı $\frac{18}{100}$ olur.

$$P(M | C) = \frac{\frac{18}{100}}{\frac{18}{100} + \frac{4}{100}} = \frac{18}{22}$$

$P(M | C) \approx \%82$ olur.



2026 Dünya Kupasının formatında 12 grupta, grubunu ilk iki sırada bitiren takımlar ve üçüncü sırada bitiren en iyi 8 takım bir üst tura yükselmektedir.

FIFA™ WORLD CUP 2026

a) Grubunda üçüncü olan bir takımın bir üst tura yükselme olasılığını bulunuz.

Grubunda üçüncü olan bir takımın bir üst tura yükselme olasılığı $\frac{8}{12}$ dir.



Bir yapay zeka uygulaması, Türkiye'nin 2026 Dünya Kupası D grubunda Avustralya, Paraguay ve ABD ile oynayacağı toplam üç karşılaşmanın sonuçlarını tahmin etmiştir. Gruplardaki karşılaşmalarda her galibiyet 3, her beraberlik 1 ve her mağlubiyet 0 puandır. Yapay zeka uygulamasına göre Türkiye, grubunda 5 puan almıştır.

b) Yapay zekaya göre Türkiye'nin Avustralya, Paraguay, ABD ile yaptığı karşılaşmaların galibiyet, beraberlik ve mağlubiyet açısından olası tüm çıktılarını yazınız.

1	Türkiye - Avustralya → Galibiyet Türkiye - Paraguay → Beraberlik Türkiye - ABD → Beraberlik
2	Türkiye - Avustralya → Beraberlik Türkiye - Paraguay → Galibiyet Türkiye - ABD → Beraberlik
3	Türkiye - Avustralya → Beraberlik Türkiye - Paraguay → Beraberlik Türkiye - ABD → Galibiyet

c) Türkiye'nin Avustralya karşılaşmasında galibiyet almış olma olasılığını bulunuz.

Türkiye'nin Avustralya karşılaşmasında galibiyet almış olma olasılığı $\frac{1}{3}$ tür.

Bir takımın 5 puanla grup karşılaşmalarını tamamladığı durumda, grupta kaçınıcı sırada yer alacağı ile ilgili olasılık yüzdeleri aşağıda verilmiştir.

Grup Sıralaması	Olasılık (%)
1	10
2	85
3	5
4	0

c) Buna göre Türkiye'nin ilk iki sırada yer alarak üst tura yükselme olasılığının yüzde kaç olduğunu bulunuz.

Türkiye'nin ilk iki sırada yer alarak üst tura yükselme olasılığı %95 tir.

Grubunda 5 puan alan bir takımın en iyi üçüncüler arasından üst tura yükselme olasılığı %90 dır.

d) Buna göre Türkiye'nin üst tura yükselme olasılığını bulunuz.

Türkiye'nin üst tura yükselme olayı A olsun.

$$P(A) = \frac{10}{100} + \frac{85}{100} + \frac{5}{100} \cdot \frac{90}{100}$$

$$P(A) = \frac{995}{1000}$$

Türkiye'nin üst tura yükselme olasılığı %99,5 tir.

SPAM AVI



Bir siber güvenlik şirketi, e-postaları spam (gereksiz/zararlı) ve güvenli olarak ayıran bir algoritma geliştirmiştir. Şirketin elindeki mevcut veriler ve algoritmanın performans raporu aşağıda verilmiştir.

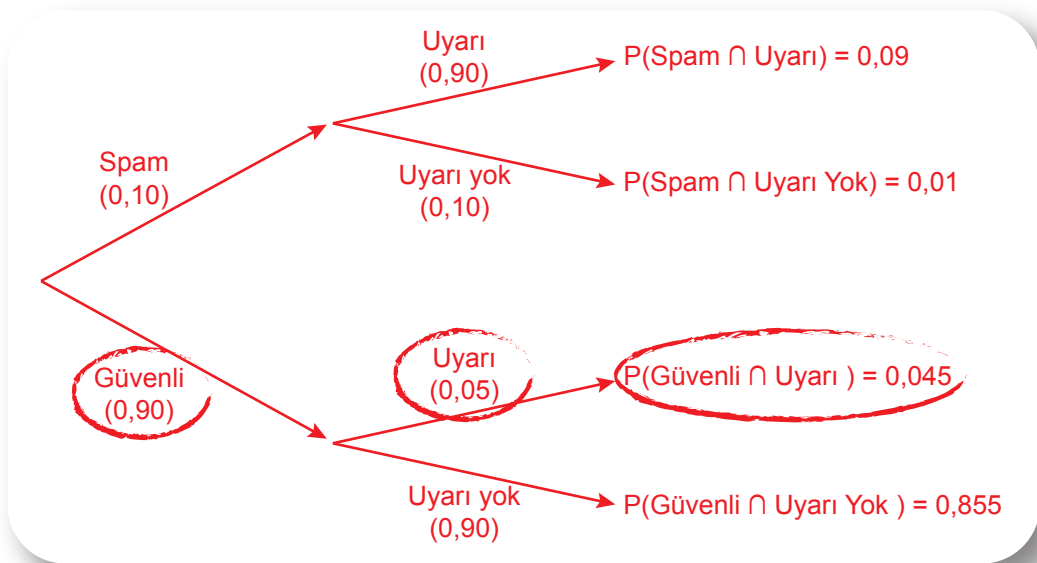
- Kullanıcıya gelen tüm e-postaların %10 u spamdır.
- Algoritma, bir e-posta gerçekten spam ise bunu %90 doğrulukla tespit edip uyarı vermektedir.
- Algoritma, güvenli bir e-postayı da %5 ihtimalle yanlışlıkla spam olarak işaretleyip uyarı vermektedir.

1. Sisteme gelen rastgele bir e-postanın hem spam olması hem de algoritmanın uyarı vermesi olasılığını bulunuz.

Gelen e-posta sayısı $100x$ olsun. Bu durumda $10x$ tane e-posta spamdir. $10x \cdot \frac{90}{100} = 9x$ tane e-posta'yı algoritma spam olarak bildirir.

$$\frac{\text{Algoritmanın uyarı verdiği gerçek spam sayısı}}{\text{Gelen e-posta sayısı}} = \frac{9x}{100x}$$
 olduğundan sisteme gelen rastgele bir e-postanın hem spam olması hem de algoritmanın uyarı vermesi olasılığı %9 dur.

2. Sisteme gelen rastgele bir e-postanın hem güvenli olması hem de algoritmanın uyarı vermesi olasılığını ağaç şeması kullanarak bulunuz.



Rastgele bir e-postanın hem güvenli olması hem de algoritmanın uyarı vermesi olasılığı %4,5 tir.

3. Gelen bir e-postaya algoritmanın uyarı verdiği bilindiğine göre, bu e-postanın gerçekten spam olma olasılığını Bayes teoremini kullanarak bulunuz.

A: e-postanın spam olma olayı

B: Algoritmanın uyarı verme olayı

Algoritmanın uyarı verdiği e-postaların spam olma olasılık değeri $P(A | B)$ ile gösterilir.

$$P(A | B) = \frac{\text{Algoritmanın uyarı verdiği e-postaların gerçekten spam olma olasılığı}}{\text{Gelen e-postaya algoritmanın uyarı verme olasılığı}}$$

$$P(A | B) = \frac{0,09}{0,09 + 0,045} \approx \%67$$

Bu şirket algoritmada yaptığı düzenlemeyle güvenli e-postaların yanlışlıkla spam olarak işaretlenme oranını %5 ten %1 e düşürmüştür.

4. Sistemin güvenilirliğinin nasıl değişeceğine dair çıkarımınızı yazınız.

$P(A | B) = \frac{0,09}{0,09 + 0,009} \approx \%90$ olur. Bayes teoremindeki payda küçüleceği için uyarının doğruluğu hızla artar. Kullanıcı uyarılara daha çok güvenir.

5. Kullanıcının önemli e-postalarını kaçırma riskinin nasıl değişeceğine dair çıkarımınızı yazınız.

Algoritmanın güvenli e-postalara uyarı verme ihtimali azaldığı için, önemli bir e-postanın yanlışlıkla spam klasörüne düşme riski azalır.

◆ — NOTLAR — ◆

Handwriting practice area with 25 horizontal dotted lines.